台科大圖書 since 1997
AC10122

技術型高級中等學校｜電機與電子群

基本電學 上

Basic Electricity

Basic Electricity

CHAPTER 3
串並聯電路

3-1 串聯電路的定義及特性
3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理
3-3 並聯電路的定義及特性
3-4 克希荷夫電流定律、分流原理
3-5 電壓源及電流源
3-6 Y 形及△形電路互換法
3-7 惠斯登電橋及其電路
3-8 串並聯電路應用實例

3-1 串聯電路的定義及特性

- **3-1.1** 電路的組成
- 一個電路通常包括：電源（power supply）、導線（wire）、開關（switch，SW）及負載（load）四個部分，如圖3-1 所示。

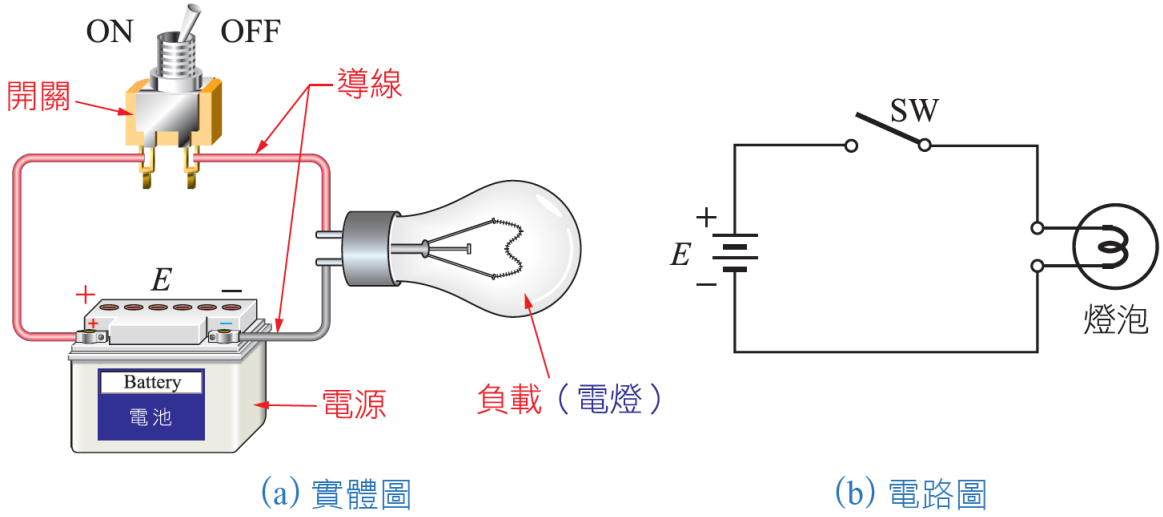


圖 3-1　電路的組成

3-1 串聯電路的定義及特性

- **1.**電源：驅使電荷移動的能量來源，屬於電路中的主動元件，包括發電機及各式電池；依電源的不同，電路有交流電路及直流電路之分。
- **2.**開關：控制電路電流的接通、切斷與保護作用。
- **3.**負載：接收能量完成作功的元件，屬於電路中的被動元件，依電路特性分成電阻性負載：電爐、電烤箱、電鍋及電燈泡等大部分電熱類電器。

  電感性負載：電風扇、吸塵器及抽水機等大部分旋轉類電器。

  電容性負載：電容器、調相機。
- **4.**導線：以導電率高的導體，將前述三者連接成迴路，傳導電流使負載作功。

3-1 串聯電路的定義及特性

延伸知識

主動元件與被動元件

主動元件：供給或放大能量的元件，例如發電機、電池及電晶體等。

被動元件：消耗或儲存能量的元件，包括電阻器、電感器及電容器等。

- 電路中電流的流通情形，會影響負載的正常運作，說明如下：
- **1.**通路（close circuit）：電流從電源的正端出發，經過導線流過開關、負載回到電源負端，完成電流的循環，使負載正常運作，如圖3-2(a)所示。
- **2.**斷路或開路（open circuit）：因為開關打開、跳脫，或電路中某一元件損壞、斷線，造成電流無法順利在電路中流動，負載無法正常運作，如圖3-2(b)、(c)所示。

3-1 串聯電路的定義及特性

- 3.短路（short circuit）：當電流不經過負載，而直接從電源正端經由導線回至負端者。此時不僅負載沒有電流流過，無法發揮正常運作；同時電流會竄流過電阻很小的導體，如果此時保護裝置沒有即時跳脫，將會產生大量電流，致使導線絕緣層過熱燒起來，變成所謂的「電線走火」引發火災；另外，短路時所產生的大電流，也會對電壓源*E*（或電池）造成損壞，如圖3-2(d) 所示。

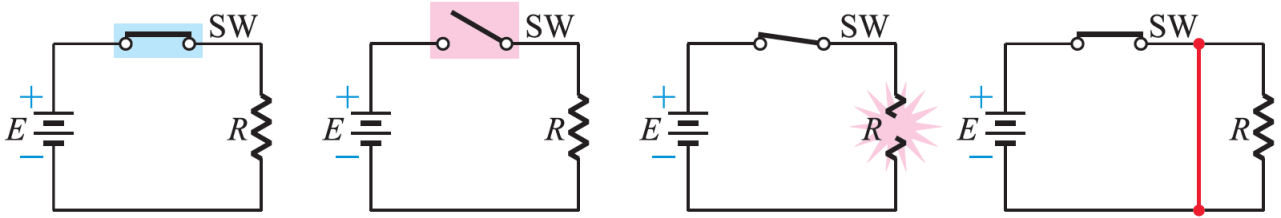
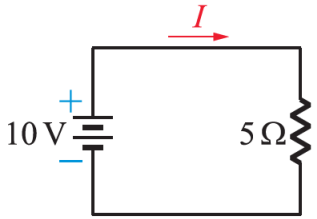


圖 3-2　通路、斷路與短路

3-1 串聯電路的定義及特性

- 例題 **3-1**　通路、斷路、短路的意義
- 試求下列各圖的電流。

(1) 通路

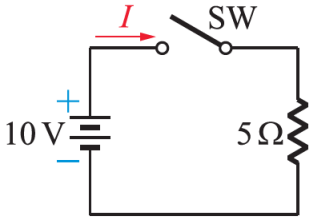


根據歐姆定律：

電流 $I=\frac{10}{5}=2$ A

可正常工作

(2) 斷路

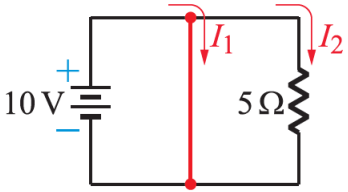


斷路造成電流不通，

故電流 $I=0$ A

負載不作功

(3) 短路



設導線電阻為 0.002 Ω

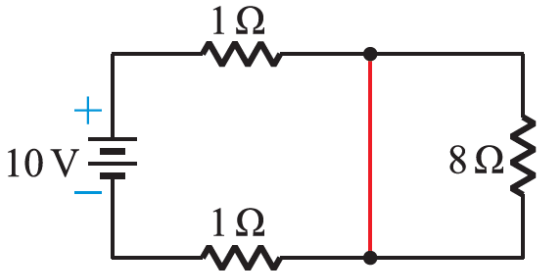
$I_1=\frac{10}{0.002}=5000$ A，非常危險

$I_2=0$ A

3-1 串聯電路的定義及特性

- 練習

- 1. 如圖所示，短路時的電流為正常電流的多少倍？
  (A) 10　(B) 8　(C) 6　(D) 5。



3-1 串聯電路的定義及特性

延伸知識

觸電及用電安全

1. 觸電：人體兩個部位同時碰觸帶電的火線及大地；觸電會有刺痛感、肌肉痙攣、灼傷、呼吸停止甚至死亡。觸電嚴重性和感電電流大小及時間長短有關，和電壓高低沒有直接關係。

表 (1)　電流大小對身體之危害

電流值	對身體之危害程度
0.2 mA 以下	無感覺
0.2 ～ 1 mA	開始有觸電感覺
1 ～ 10 mA	刺痛
10 ～ 20 mA	肌肉麻痺
20 ～ 40 mA	呼吸停止
40 ～ 90 mA	心室纖維震顫
100 ～ 200 mA	死亡

註　每個人的體質不同，上述危害程度可能稍有差異。

3-1 串聯電路的定義及特性

2. 用電安全簡介：
   (1) 使用電器時應選擇合乎省電標準的電器用品且詳閱說明書。
   (2) 新電器的電壓與電流要與電源相符，方能使用。
   (3) 避免一個插座連接太多電器，導致插座的負荷過量，造成電線走火。
   (4) 插頭必須完全插入插座，避免接觸不良，造成過熱失火。
   (5) 切勿用潮濕的手去觸摸電源開關及電器，以免發生觸電意外。
   (6) 進行電器檢修時，應先切斷電源，以策安全。

3. 人體雙手乾燥時電阻約為 100 kΩ，觸及 110 V 電壓時電流僅約 1.1 mA，只有稍微刺痛感覺；一旦雙手潮濕時，電阻可小至 1 kΩ，可能會導致 110 mA 電流，已經足以致命。因此使用電器時，應該適當的接地，穿著絕緣的鞋子也可以避免觸電。

4. 小鳥站在電線上不會觸電的原因：電必須形成迴路才會有電流，小鳥只能站在一根導線，不會形成迴路，所以身體沒有電流通過，不會有觸電感覺。

3-1 串聯電路的定義及特性

- **3-1.2** 電路中常用名詞
- 在進入串並聯電路之前，首先介紹電路中一些常用的名詞如下：
- **1.**節點（node）：兩個或兩個以上元件連接的點，如圖3-3 中的節點*a*、*b*、*c*。
- **2.**支路（branch）：兩節點間的電路，如圖3-3 中的支路b_1、b_2、b_3 及b_4。
- **3.**迴路（loop）：兩個以上的支路所組成的一個閉合電路；如圖3-3 中可以有$loop_1$、$loop_2$ 及loop3 三個迴路。同一迴路在繞行中不得經過同一元件或節點超過一次以上，以$loop_1$ 為例，所包含的元件有E、R_1 及R_2，所包含的支路有b_1、b_2 及b_4。

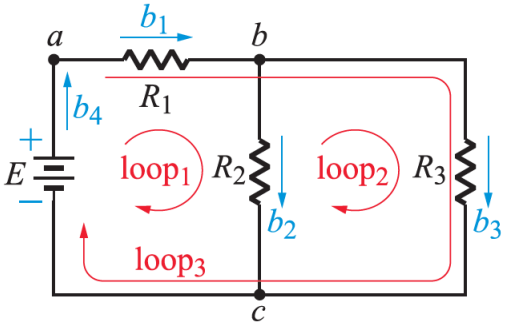
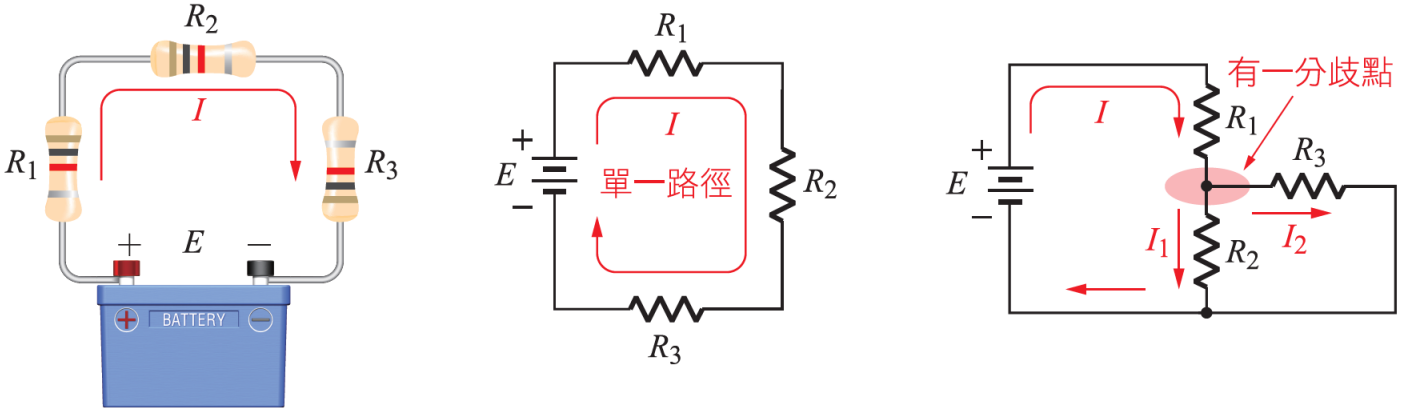


圖 3-3　電路中常用名詞說明

3-1 串聯電路的定義及特性

- **3-1.3** 串聯電路的定義
- 當電流由電源的正端出發，經過由兩個或兩個以上的電子元件串接而成的電路再回到電源的負端，整個電路中沒有任何分歧，這種單一路徑的電路稱為串聯電路（series circuit），如圖3-4 所示。



(a) 正確的串聯電路　　(b) 不是串聯電路

圖 3-4　串聯電路的判斷

3-1 串聯電路的定義及特性

- 1. 電池的串聯
- 正確的電池串聯可以使電壓相加，提高供電電壓，如圖3-5(a) 所示。錯誤的連接反而使電壓下降，如圖3-5(b) 所示。

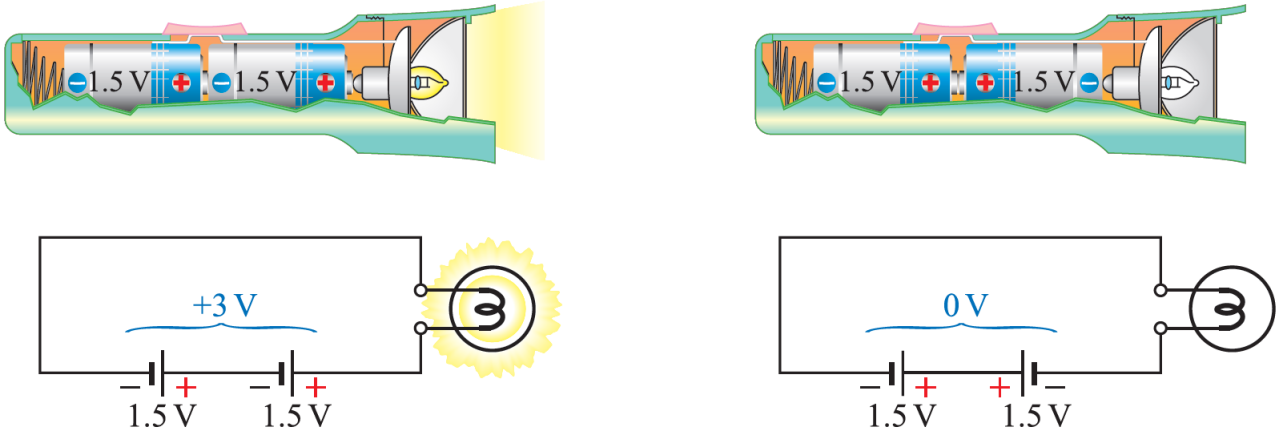
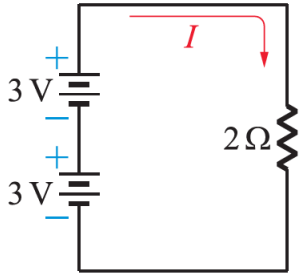


圖 3-5　電池的串聯（手電筒的應用）

3-1 串聯電路的定義及特性

- 例題 **3-2**　電池串聯接法判斷
- 試求下列各圖中各種電池串聯電路的電壓及電流。

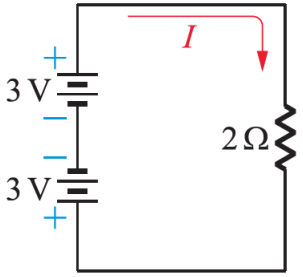
(1) 正確接法



總電壓：$3+3=6$ V

總電流：$I=\frac{6}{2}=3$ A

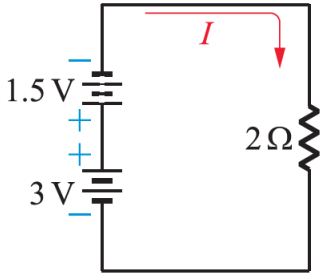
(2) 錯誤接法 1



總電壓：$3-3=0$ V

總電流：$I=\frac{0}{2}=0$ A

(3) 錯誤接法 2



總電壓：$3-1.5=1.5$ V

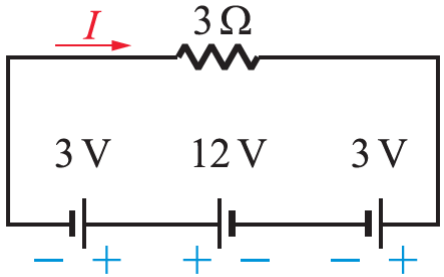
總電流：$I=\frac{1.5}{2}=0.75$ A

3-1 串聯電路的定義及特性

- 練習
- 2. 如圖所示，流過電阻的電流大小及方向為何？

  (A) 2 A 向左　(B) 2 A 向右

  (C) 6 A 向左　(D) 6 A 向右。

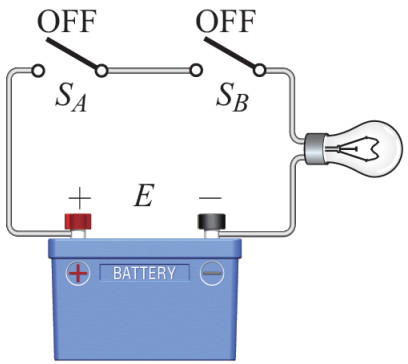


3-1 串聯電路的定義及特性

- 2. 開關的串聯
- 所有串聯的開關全部接通時電路才會被接通，如例題3-3所示。
- 例題 **3-3**　開關接法判斷

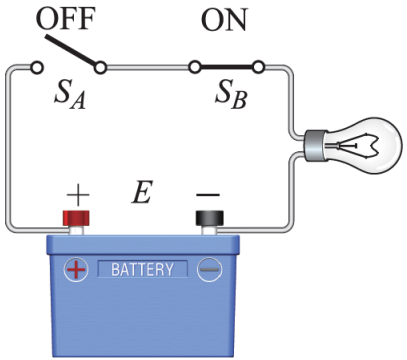
  開關的串聯如下列各圖所示。

(1) S_A、S_B 皆 OFF



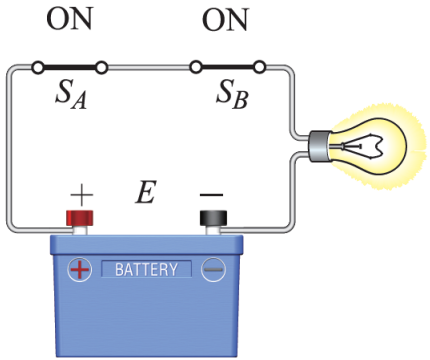
結果：燈不亮

(2) S_A OFF、S_B ON



結果：燈不亮

(3) S_A、S_B 皆 ON

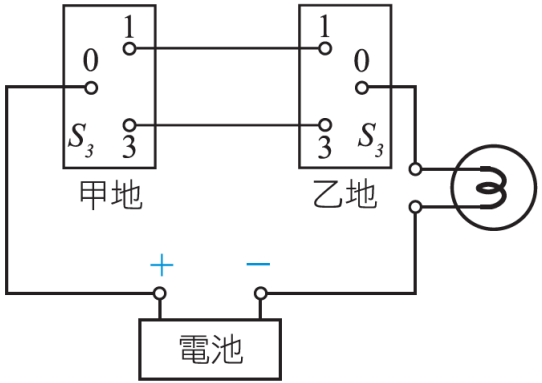


結果：燈亮

3-1 串聯電路的定義及特性

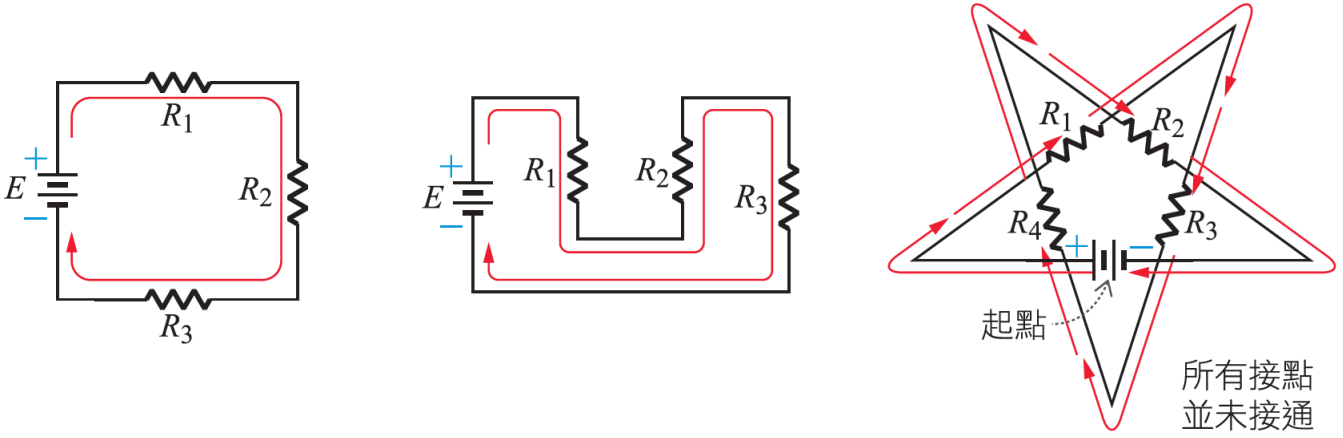
- 練習

- 3. 右圖為使用兩個三路開關（S_3）進行兩處控制一燈的電路，試問何種開關位置組合會使燈亮？　(A) 甲地0 接3、乙地0 接1　(B) 甲地0 接1、乙地0 接3　(C) 甲地0 接3、乙地0 接3　(D) 甲地1接3、乙地1 接3。



3-1 串聯電路的定義及特性

- 3. 電阻的串聯
- 本章將探討直流電阻性負載，為了電路說明方便，將以電阻器符號代替各種電阻性負載，進行不同的電阻組合，並了解其所產生電壓及電流的變化情形，圖3-6為各種形式的電阻串聯電路。



(a) 一般型串聯　(b) 拐彎型串聯　(c) 複雜型串聯

圖 3-6　各種串聯電路

3-1 串聯電路的定義及特性

- **3-1.4** 串聯電路的特性

- 圖3-7 為一*n* 個電阻的串聯電路，歸納串聯電路有下列特性：

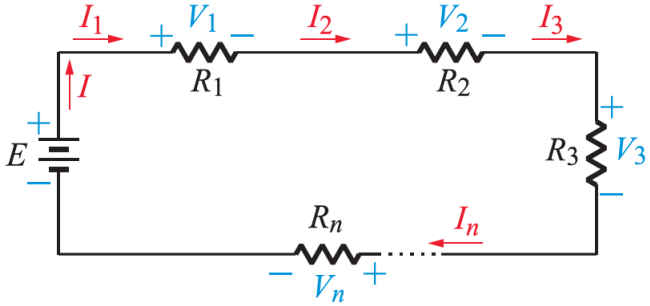


圖 3-7　*n* 個電阻的串聯電路

3-1 串聯電路的定義及特性

- **1.**電流：所產生的電流會從電池正端出發，流經各電阻，最後回至電池負端；因此得知：流經各電阻的電流均相同，且等於總電流，即

公式 3-1

電流　$I=I_1=I_2=I_3=\cdots=I_n$　（安培，A）

3-1 串聯電路的定義及特性

- **2.**電位差、端電壓與電壓降：當電流流進電阻時，以流進電阻的那一端為「+」端，流出電阻的那一端為「-」端，則「+」端的電位會高於「-」端的電位，兩者之間的電位高低落差簡稱為電位差，或端電壓；也可以說是：電流在該電阻產生的電壓降落，或簡稱電壓降。根據歐姆定律發現：電阻愈大，電壓降愈大，即

公式 3-2

端電壓　$V_1 = I \times R_1$、$V_2 = I \times R_2 \cdots$、$V_n = I \times R_n$　（伏特，V）

3-1 串聯電路的定義及特性

- **3.**外加電壓（又稱電動勢）：等於各電阻電壓降之和，即

公式 3-3

總電壓　$E = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n$　（伏特，V）

- **4.**總電阻：等於各電阻之和，即

公式 3-4

總電組　$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n$　（歐姆，Ω）

3-1 串聯電路的定義及特性

證明如下：

根據（3-3）公式　$E = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n$

$$= I \times R_1 + I \times R_2 + I \times R_3 + \cdots + I \times R_n$$

$$= I \times (R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n) \cdots\cdots ①$$

根據歐姆定律　$E = I \times R_T \cdots\cdots ②$

比較①、②兩式得證。

3-1 串聯電路的定義及特性

- **5.**總電流：等於流經各電阻的電流，且等於總電壓除以總電阻，即

公式 3-5

總電流 $$I=\frac{E}{R_T}=\frac{V_1}{R_1}=\frac{V_2}{R_2}=\frac{V_3}{R_3}=\cdots=\frac{V_n}{R_n}$$ （安培，A）

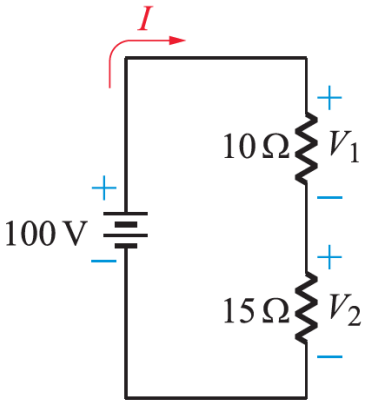
- **6.**總功率：等於各電阻功率之和，即$P_T=P_1+P_2+P_3+\cdots+P_n$
- 其中$P_1=I^2\times R_1$，$P_2=I^2\times R_2$，…，$P_n=I^2\times R_n$，故

公式 3-6

總電功率 $$P_T=I^2\times(R_1+R_2+R_3+\cdots+R_n)$$
$$=I^2\times R_T=\frac{E^2}{R_T}=E\times I$$ （瓦特，W）

3-1 串聯電路的定義及特性

- 例題 **3-4**　串聯電路基本運算
- 右圖中，試求：(1) 總電阻　(2) 總電流　(3) 各電阻電壓降 (4) 各電阻消耗功率。



- 解　(1) 總電阻 $R_T = 10 + 15 = 25\ \Omega$

(2) 總電流 $I = \dfrac{E}{R_T} = \dfrac{100}{25} = 4\ \text{A}$

(3) 各電阻電壓降 $V_1 = I \times 10 = 4 \times 10 = 40\ \text{V}$

$V_2 = I \times 15 = 4 \times 15 = 60\ \text{V}$

(4) 各電阻消耗功率 $P_1 = I^2 \times 10 = 4^2 \times 10 = 160\ \text{W}$

$P_2 = I^2 \times 15 = 4^2 \times 15 = 240\ \text{W}$

3-1 串聯電路的定義及特性

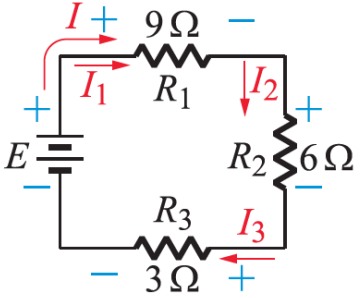
- 練習

- 4. 兩個電阻串聯的電路中，電阻值較大者，下列敘述何者正確？　(A) 流過電流較大　(B) 流過電流較小　(C) 消耗功率較小　(D) 電壓降較大。

- 5. 原本兩個電阻串聯的電路中，再新增一個串聯電阻，下列敘述何者正確？(A) 總電流變大　(B) 總電壓變大　(C) 總電阻變大　(D) 總功率變大。

3-1 串聯電路的定義及特性

- 例題 **3-5**　串聯電路應用（一）
- 右圖中，已知R_3 兩端電壓為6 V，試求：
- (1) 線路電流I　(2) 外加電壓E　(3) R_1 消耗功率



- 解 (1) 串聯時電流相等，故 $I=I_1=I_2=I_3=\dfrac{6}{3}=2\ \text{A}$

(2) $E=I\times R_T=2\times(3+6+9)=36\ \text{V}$

(3) $P_1={I_1}^2\times R_1=I^2\times R_1=2^2\times 9=36\ \text{W}$

3-1 串聯電路的定義及特性

- 練習

- 6. 假設串聯電路的電阻比R_1：R_2：R_3=3：2：1，則其電壓比V_1：V_2：V_3 為何？
  (A) 3：2：1　(B) 1：2：3　(C) 6：3：2
  (D) 1：4：9。
- 7. 假設串聯電路的電阻比R_1：R_2：R_3=3：2：1，則其消耗功率比P_1：P_2：P_3 為何？
  (A) 3：2：1　(B) 1：2：3　(C) 6：3：2　(D) 1：4：9。

3-1 串聯電路的定義及特性

- 例題 **3-6**　串聯電路應用（二）
- 兩個規格分別為1 Ω / 1 W 及2 Ω / 4 W 的電阻器串聯後，相當於多少歐姆、多少瓦特的電阻器？
- 解

  等效電阻R_T=1+2=3 Ω

  根據 $P=I^2R$，$I_1=\sqrt{\frac{P_1}{R_1}}=\sqrt{\frac{1}{1}}=1$ A，$I_2=\sqrt{\frac{P_2}{R_2}}=\sqrt{\frac{4}{2}}=\sqrt{2}$ A

  串聯時，電流必須選取較小者，否則額定功率較小的電阻會燒毀，故串聯後總電流I 至多只能為1 A。

  等效電功率$P=I^2\times R_T=1^2\times3=3$ W

3-1 串聯電路的定義及特性

- 練習

- 8. 將二只額定功率分別為10 W、50 W 的 10 Ω 電阻串聯在一起，則串聯後所承受的最大額定功率為多少W ？

  (A) 10　(B) 20　(C) 30　(D) 50。

3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

- **3-2.1** 克希荷夫電壓定律
- 德國物理學家克希荷夫（Gustav Robert Kirchhoff，1824-1887）研究電路學提出兩個有名的定律，分別為電壓定律及電流定律。首先介紹克希荷夫電壓定律（Kirchhoff's voltage law，簡稱KVL），KVL 用於說明迴路上各元件電壓的關係，KVL 說：在任一封閉迴路中，按一特定方向作完整的“繞行”時（此特定方向可為任意，但本節中皆以假設之電流方向為執行KVL 時的繞行方向），會有下列現象：

公式 3-7

總電壓升 ＝ 總電壓降　即 $\Sigma V_{\text{rise}} = \Sigma V_{\text{drop}}$

或　電壓的代數總和 ＝0　即 $\Sigma V = \Sigma V_{\text{rise}} - \Sigma V_{\text{drop}} = 0$

3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

- 其中，電壓升：迴路繞行時，元件上的電壓由低至高（- → +）者；如圖3-8(a) 中的E_1，圖3-8(b) 中的E_1、E_2。
- 電壓降：迴路繞行時，元件上的電壓由高至低（+ → -）者；如圖3-8(a) 中的E_2、V_1 及V_2，圖3-8(b) 中的V_1、V_2 及V_3。
- 根據KVL，圖3-8(a) 的電壓方程式為 $E_1=E_2+I\times(R_1+R_2)$。
- 圖3-8(b) 的電壓方程式為 $E_1+E_2=I\times(R_1+R_2+R_3)$。

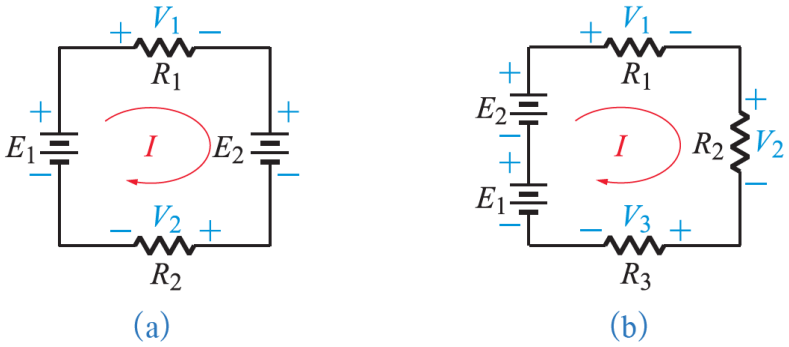
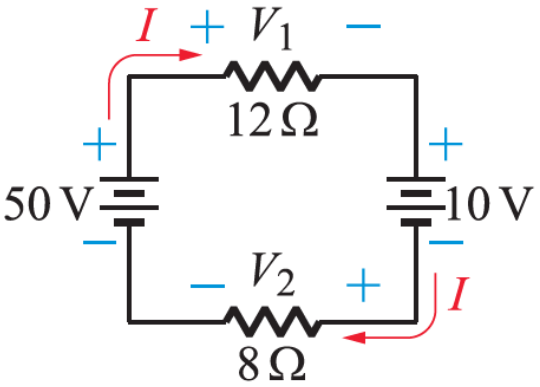


圖 3-8　克希荷夫電壓定律說明

3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

- 例題 **3-7**　KVL 基本練習
- 如右圖電路中，試求：(1) 電流I (2) 各電阻壓降V_1 及V_2 各為何？



- 解

(1) 應用KVL：總電壓升= 總電壓降

即$50=I\times12+10+I\times8$

$\therefore I=2A$

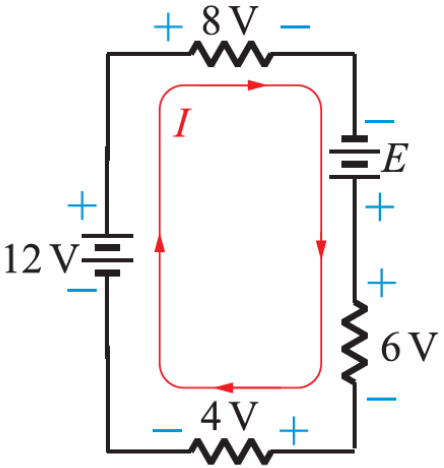
(2) $V_1=I\times12=2\times12=24$ V

$V_2=I\times8=2\times8=16$ V

3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

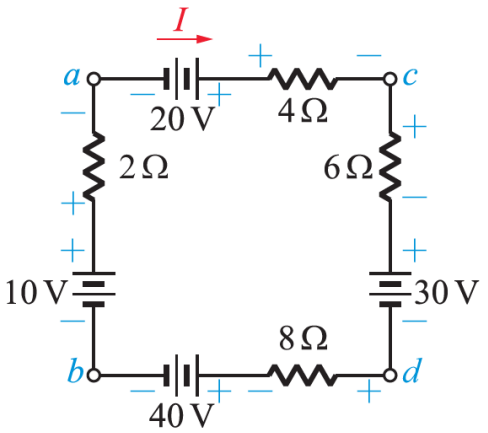
- 練習

- 9. 如右圖所示，假設總電阻為9 Ω，則*E*、*I* 各為何？
  (A) *E*=2V、*I*=6A　　(B) *E*=4V、*I*=8A
  (C) *E*=6V、*I*=1.33A　　(D) *E*=6V、*I*=2A。



3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

- 例題 **3-8**　KVL 應用（一）
- 右圖電路中，試求：(1) I　(2) V_{ab} ？



- 解

$10+20=30+40+I\,(2+4+6+8)$

解得I=-2 A

（「-」號表示電流方向和預設方向相反）

$V_{ab}=2\times2+10=14$ V

3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

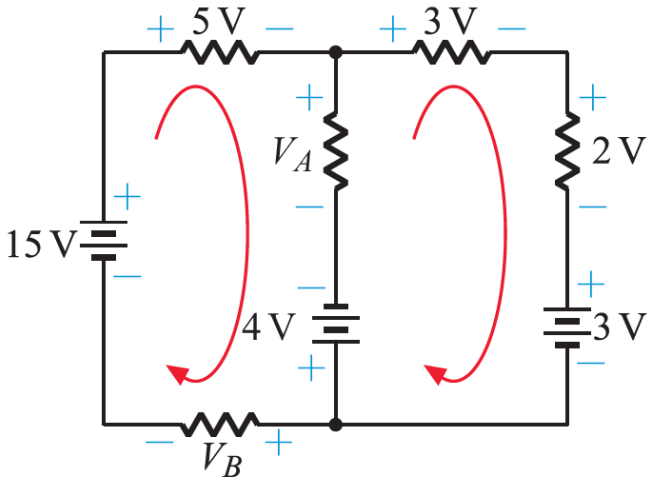
- 練習

- 10. 如例題3-8 電路圖中，求V_{cd} 為何？
  (A) 12 V　(B) 18 V　(C) 30 V　(D) 42 V。

- 11. 將六個內阻為0.5 Ω 的1.5 V 電池串聯成為一個電池組，當外接一個2 Ω的電阻負載時，其電流為何？
  (A) 45 A　(B) 4.5 A　(C) 3 A　(D) 1.8 A。

3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

- 例題 **3-9** KVL 應用（二）
- 右圖電路中，根據克希荷夫電壓定律，試求圖中V_A、V_B分別為何？



- 解

  應用KVL：總電壓升= 總電壓降

  左邊迴路：$15+4=5+V_A+V_B$

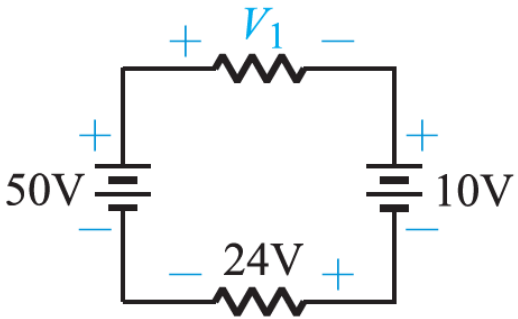
  右邊迴路：$V_A=3+2+3+4$

  解得$V_A=12$ V，$V_B=2$ V

3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

- 練習

- 12. 如右圖電路中，試求V_1為多少伏特？
  (A) 8　(B) 12　(C) 16　(D) 24。



3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

- **3-2.2** 電壓分配原理
- 圖3-9 為兩個電阻的串聯電路，根據克希荷夫電壓定律得知：

$$E = I \times R_T = I \times (R_1 + R_2)$$

$$\therefore I = \frac{E}{R_T} = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

- 以歐姆定律求得各電阻端電壓為：

$$V_1 = I \times R_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} \times R_1$$

$$V_2 = I \times R_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} \times R_2$$

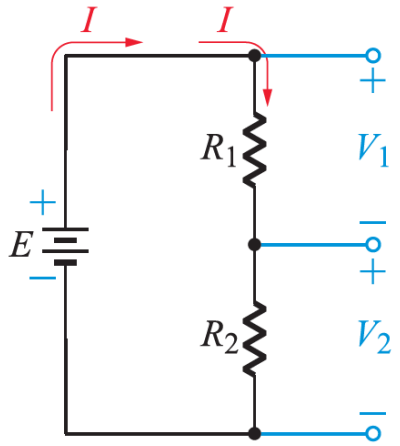


圖 3-9　電壓分配原理說明

3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

- 經整理後可得串聯電路的「電壓分配原理」如下：

公式 3-8

兩個電阻串聯 $V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \times E$　　$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times E$

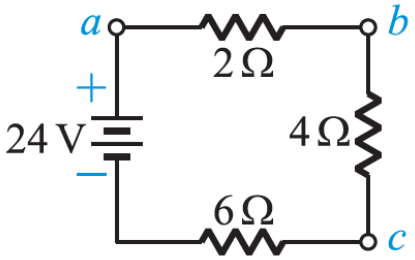
公式 3-9

n 個電阻串聯 $V_1 = \frac{R_1}{R_T} \times E$、$V_2 = \frac{R_2}{R_T} \times E$、$V_n = \frac{R_n}{R_T} \times E$

- 表示：在電阻串聯電路中，「某一電阻的電壓降」等於「該電阻除以兩電阻之和」再乘以「總電壓」。
- 發現：串聯電路中，電阻愈大，所分配到的端電壓愈大。

3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

- 例題 **3-10**　電壓分配原理基本運算
- 如右圖所示，試求*b*、*c* 兩端的電壓為何？



- 解

  應用分壓原理：$V_{bc} = 24 \times \frac{4}{2+4+6} = 8\ \text{V}$

- 練習
- 13. 如例題3-10 電路圖中，求V_{ac}為何？

  (A) 4 V　(B) 8 V　(C) 12 V　(D) 24 V。

3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

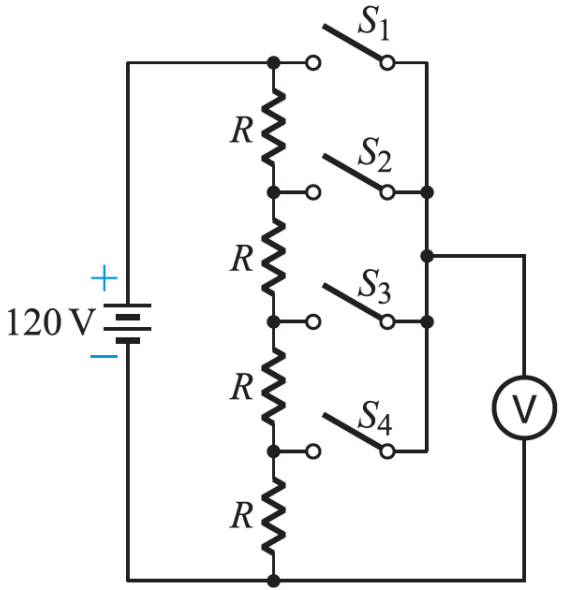
- 例題 **3-11**　電壓分配原理應用
- 如右圖所示，各開關閉合時，伏特計指示分別為多少伏特？

- 解　只有 S_1 閉合時，$V = 120\ \text{V}$

只有 S_2 閉合時，$V = 120 \times \dfrac{3R}{4R} = 90\ \text{V}$

只有 S_3 閉合時，$V = 120 \times \dfrac{2R}{4R} = 60\ \text{V}$

只有 S_4 閉合時，$V = 120 \times \dfrac{1R}{4R} = 30\ \text{V}$



3-2 克希荷夫電壓定律、分壓原理

- 練習

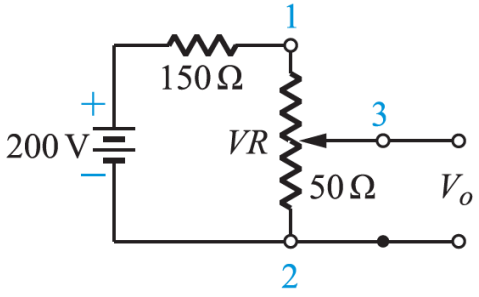
- 14. 如例題3-11 電路圖中，當S_2、S_3 同時閉合時，伏特計顯示值為何？

  (A) 40 V　(B) 80 V　(C) 90 V　(D) 120 V。

- 15. 如圖所示，已知可變電阻V_R=0 ～ 100 Ω，當調至50 Ω 處時，V_o 的電壓為何？

  (A) 40 V　(B) 80 V

  (C) 120 V　(D) 200V。



3-3 並聯電路的定義及特性

- 兩個或兩個以上元件，彼此連接在兩個節點稱為並聯；圖 3-10 為一般家用電器的連接方式，它的每一支路採用並聯連接。

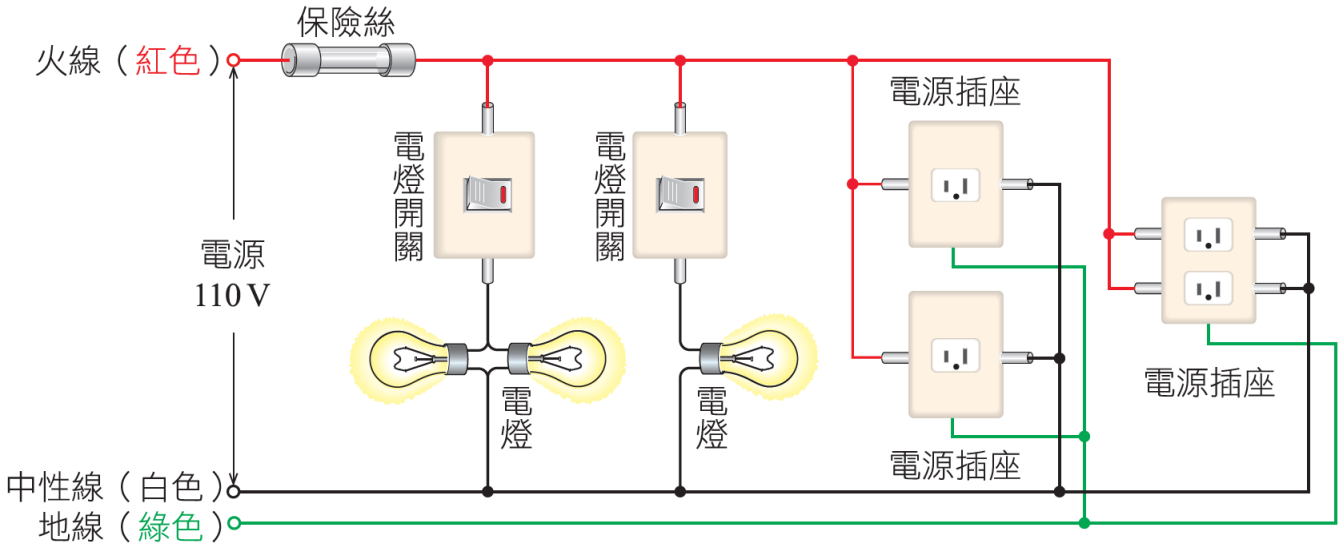


圖 3-10　家用電器的連接方式（並聯電路）

3-3 並聯電路的定義及特性

延伸知識

火線、地線與中性線

1. 火線：隨時帶電的線，使用紅色線接至插座短孔，以無熔線斷路器或保險絲保護。
2. 中性線：配合火線傳送電力，使用白色線接至插座長孔、中性極板；中性線在電器未使用時是不帶電的。
3. 地線：使用綠色線接至圓孔，用以導引電器漏電電流至大地，防止人體因碰觸電器外殼而感電。

3-3 並聯電路的定義及特性

- **3-3.1** 並聯電路的定義
- 並聯電路（parallelcircuit）上的電路元件採用並排連接，各支路的節點間不得再有其他分支的節點，否則無法視為並聯，如圖3-11 所示。
  (1) R_3、R_4：視為並聯，因為有兩個共同的節點b、c。習慣上以“//”符號表示並聯，例如：「R_3 //R_4」，表示R_3 和R_4 並聯。
  (2) R_1、R_2：不是並聯，因為只有一個共同的節點a。
  (3) R_1、R_3：不是並聯，因為只有一個共同的節點c。

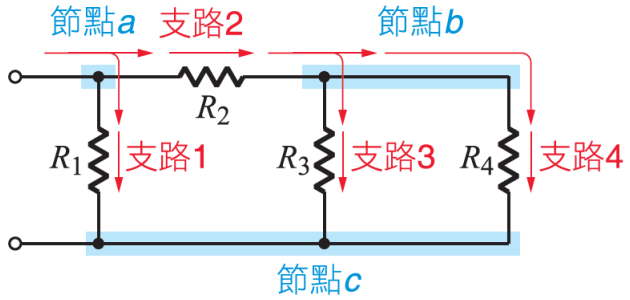
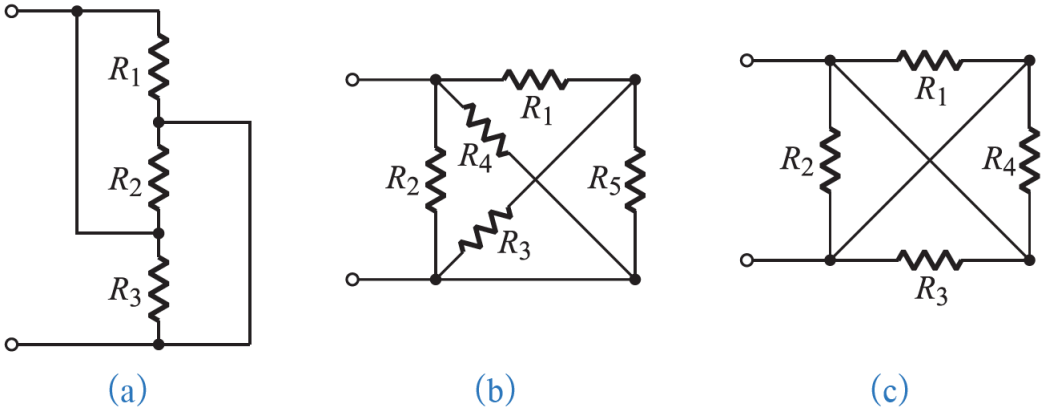


圖 3-11　並聯的判斷

3-3 並聯電路的定義及特性

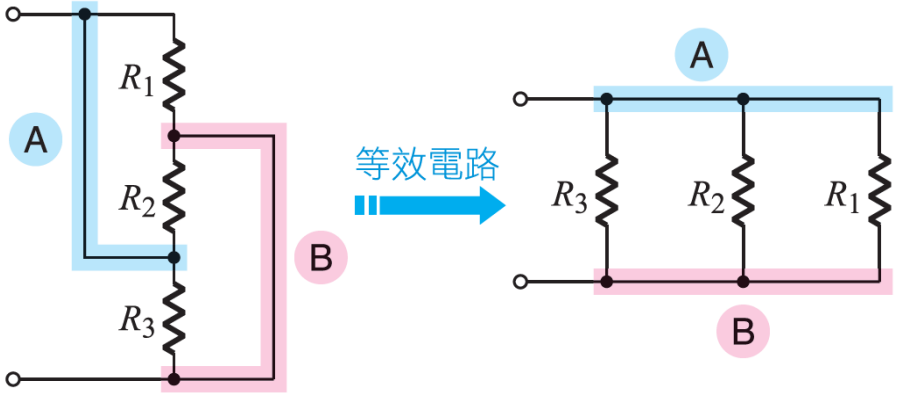
- 例題 **3-12**　並聯電路判斷
- 判斷下列哪一電路不屬於純並聯電路？（註：圖中┼表示兩線不連接，＋表示兩線連接。）



3-3 並聯電路的定義及特性

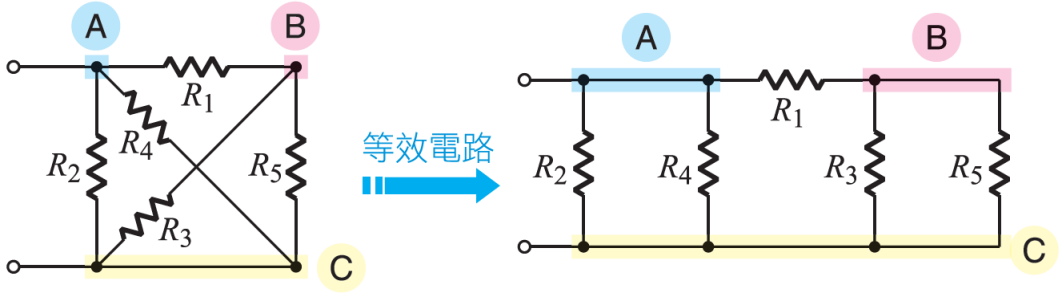
- 解

  (a) 圖：電路重畫後如右圖，得知它屬於純並聯電路

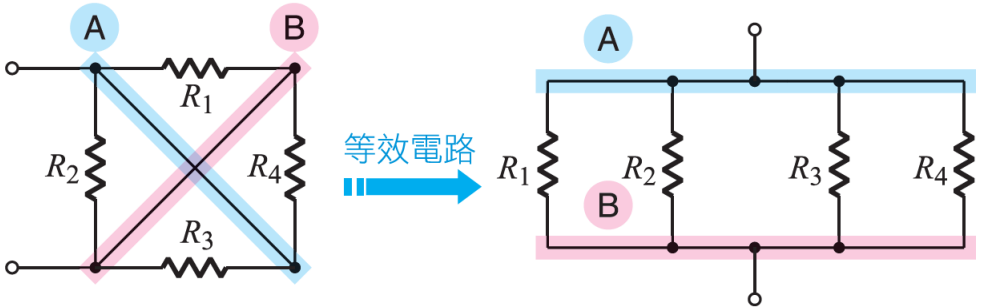


3-3 並聯電路的定義及特性

- (b) 圖：電路重畫後如右圖，得知它不屬於純並聯電路



- (c) 圖：電路重畫後如右圖，得知它屬於純並聯電路

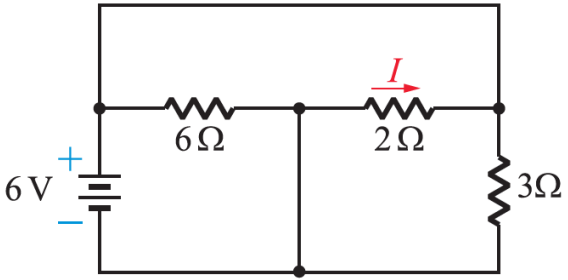


3-3 並聯電路的定義及特性

- 練習

- 16. 如圖所示電路，流經2 Ω 電阻的電流*I*為何？

  (A) 2 A (B) 3 A (C) -2 A (D) -3 A



3-3 並聯電路的定義及特性

- **3-3.2** 並聯電路的特性

- 圖3-12 為一*n* 個電阻的並聯電路，歸納並聯電路有下列特性：

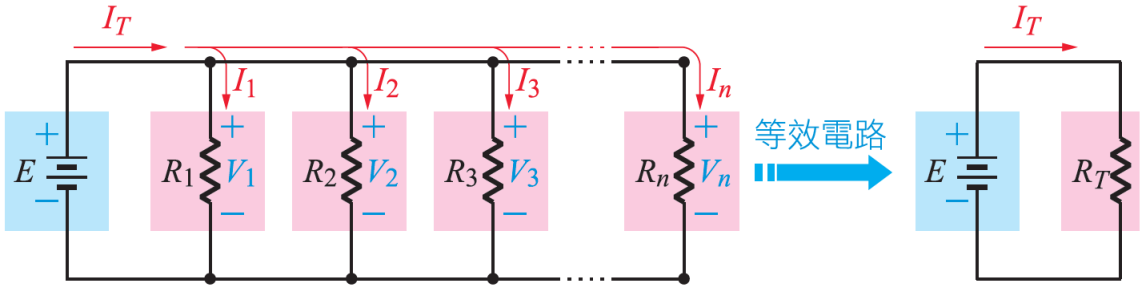


圖 3-12　*n* 個電阻的並聯電路

3-3 並聯電路的定義及特性

- **1.**電壓：並聯中各電阻的端電壓均相同，且等於電源電壓。

電壓　$E = V_1 = V_2 = V_3 = \cdots = V_n$　（伏特，V）

公式 3-10

3-3 並聯電路的定義及特性

- **2.**電流：流經各電阻的電流，根據歐姆定律：電阻愈大，電流愈小。

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = G_1 \times E$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = G_2 \times E \quad \cdots$$

註 $G_1 = \frac{1}{R_1}$、$G_2 = \frac{1}{R_2}$、…。

公式 3-11

支路電流 $I_n = \frac{E}{R_n} = G_n \times E$ （安培，A）

3-3 並聯電路的定義及特性

- **3.**總電流：等於各支路電流之和；即

公式 3-12

總電流　$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n$　（安培，A）

- **4.**總電導：等於各支路電導之和；即

公式 3-13

總電導　$G_T = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_n$

或　$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}$　（西門子，S）

公式 3-14

總電阻　$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}}$　（歐姆，Ω）

3-3 並聯電路的定義及特性

表示：總電阻的倒數 = 各支路電阻倒數之和。

總電阻 = 各支路電阻倒數之和、再倒數。

證明如下：

根據（3-12）公式 $I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n$

$$= E \times G_1 + E \times G_2 + E \times G_3 + \cdots + E \times G_n$$

$$= E \times (G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_n) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

根據歐姆定律 $I_T = E \times G_T \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$

比較①、②兩式得證。

3-3 並聯電路的定義及特性

- **5.**只有兩個電阻的並聯電路，總電阻

公式 3-15

兩並聯總電阻　$R_T = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$　（歐姆，Ω）

證明如下：

根據（3-13）公式 $\dfrac{1}{R_T} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1 \times R_2}$，倒數後得證。

3-3 並聯電路的定義及特性

- **6.*n*** 個相同電阻值的電阻並聯，總電阻 $R_T=\frac{R}{n}$。

證明如下：

根據（3-14）公式 $R_T=\frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\cdots+\frac{1}{R}}=\frac{1}{\frac{n}{R}}=\frac{R}{n}$

3-3 並聯電路的定義及特性

- **7.**總功率：等於各電阻功率之和；即

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_n \quad （瓦特，W）$$

公式 3-16

其中 $P_1 = \frac{E^2}{R_1} = G_1 \times E^2$，$P_2 = \frac{E^2}{R_2} = G_2 \times E^2$，…，$P_n = \frac{E^2}{R_n} = G_n \times E^2$

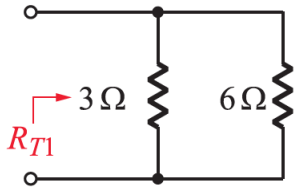
$$P_T = E^2 \times (G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_n) = E^2 \times G_T = \frac{E^2}{R_T} \quad （瓦特，W）$$

公式 3-17

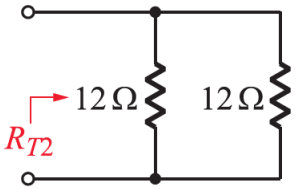
3-3 並聯電路的定義及特性

- 例題 **3-13**　並聯電阻值的計算
- 如圖所示，求下列各種並聯電路之總電阻。

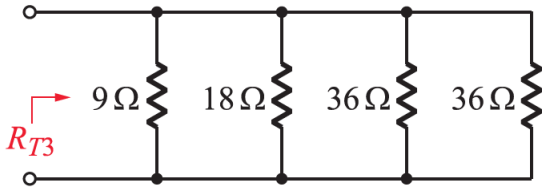
(1) 兩個不同電阻



(2) 兩個相同電阻



(3) 倍數關係的電阻。



3-3 並聯電路的定義及特性

- 解

(1) $R_{T1}=3//6=\dfrac{3\times6}{3+6}=2\ \Omega$

(2) $R_{T2}=12//12=\dfrac{12\times12}{12+12}=6\ \Omega$

發現：兩個電阻值相同的電阻並聯後，總電阻為個別電阻的一半。

(3) 根據上述的結論，從右邊兩兩並聯往左邊算即可。

$36//36=18\ \Omega$，$18//18=9\ \Omega$，$9//9=4.5\ \Omega$

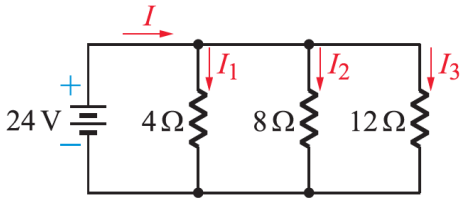
得總電阻 $R_{T3}=4.5\ \Omega$。

3-3 並聯電路的定義及特性

- 練習
- 17. 二個電阻器R_1、R_2並聯後，測得總電阻為R_T，則下列關係式何者成立？
  (A) $R_T<R_1$　(B) $R_T>R_1+R_2$　(C) $R_T=\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}$　(D) $R_T=R_1+R_2$。
- 18. 三個相同之電阻R接成△形，則自△之任意二端量測得其電阻值R_T，則R_T應為R的幾倍？　(A) 2　(B) 1.5　(C) $\frac{1}{3}$　(D) $\frac{2}{3}$。
- 19. 5 個50 Ω 的電阻串聯的總電阻為R_A，5 個50 Ω 的電阻並聯的總電阻為R_B，則 $\frac{R_A}{R_B}$為何？　(A) 0.04　(B) 0.2　(C) 10　(D) 25。

3-3 並聯電路的定義及特性

- 例題 **3-14**　並聯電路基本計算
- 如右圖所示，求：(1) 總電阻　(2) 總電流　(3) 各電阻電流 (4) 各電阻消耗功率　(5) 總功率。



- 解　(1) 應用（3-14）公式

$$\text{總電阻 } R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}} = \frac{1}{\frac{6+3+2}{24}} = \frac{24}{11}\ \Omega$$

$$(2)\ \text{總電流 } I = \frac{E}{R_T} = \frac{24}{\frac{24}{11}} = 11\ \text{A}$$

3-3 並聯電路的定義及特性

(3) 各電阻電流 $I_1=\frac{24}{4}=6\ \text{A}$，$I_2=\frac{24}{8}=3\ \text{A}$

$$I_3=\frac{24}{12}=2\ \text{A}\ (\because \text{並聯電壓相同})$$

(4) 各電阻消耗功率

$$P_1=\frac{E^2}{R_1}=\frac{24^2}{4}=144\ \text{W}\quad \text{或}\quad P_1=I_1^2\times R_1=6^2\times 4=144\ \text{W}$$

$$P_2=\frac{E^2}{R_2}=\frac{24^2}{8}=72\ \text{W}\quad \text{或}\quad P_2=I_2^2\times R_2=3^2\times 8=72\ \text{W}$$

$$P_3=\frac{E^2}{R_3}=\frac{24^2}{12}=48\ \text{W}\quad \text{或}\quad P_3=I_3^2\times R_3=2^2\times 12=48\ \text{W}$$

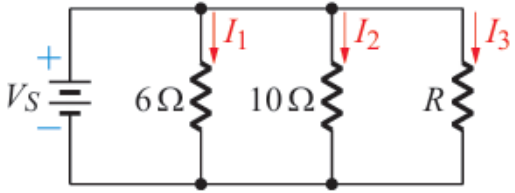
(5) 總功率 $P_T=P_1+P_2+P_3=144+72+48=264\ \text{W}$

或 $P_T=E\times I=24\times 11=264\ \text{W}$

3-3 並聯電路的定義及特性

- 練習

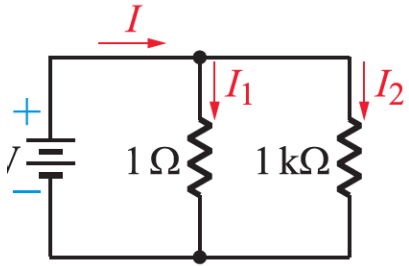
- 20. 如圖所示電路，若電流I1 ：I2 ：I3 = 5： 3： 2，則電阻 R值為何？
  (A) 12 Ω (B) 15 Ω (C) 18 Ω (D) 20 Ω 。



- 21. 假設並聯電路的電阻比R_1：R_2：R_3=1：2：3，則消耗功率比P_1：P_2：P_3為何？
  (A) 2：3：6 (B) 6：3：2 (C) 1：2：3 (D) 3：2：1 。

3-3 並聯電路的定義及特性

- 例題 **3-15**　兩個值相差很大的電阻並聯
- 如右圖所示，求(1) 總電阻　(2) 各電阻電流 (3) 總電流　(4) 各電阻消耗功率。



- 解　(1) 總電阻 $R_T=\dfrac{R_1\times R_2}{R_1+R_2}=\dfrac{1000\times 1}{1000+1}\fallingdotseq 1\ \Omega$

(2) 各電阻電流 $I_1=\dfrac{10}{1}=10\ \text{A}$，$I_2=\dfrac{10}{1000}=0.01\ \text{A}$

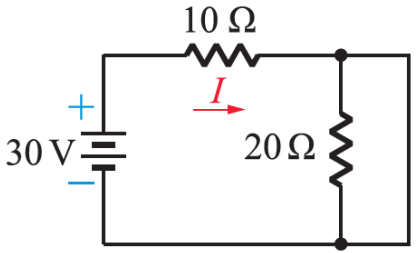
(3) 總電流 $I=I_1+I_2=10+0.01=10.01\ \text{A}$，發現：大部分電流流向小電阻。

(4) 各電阻消耗功率 $P_1=V\times I_1=10\times 10=100\ \text{W}$

$P_2=V\times I_2=10\times 0.01=0.1\ \text{W}$，大電阻幾乎沒有功率。

3-3 並聯電路的定義及特性

- 練習



- 22. 如圖所示電路，流經10 Ω 電阻的電流*I*為何？

  (A) 0 A　(B) 1 A　(C) 2 A　(D) 3 A。

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- **3-4.1** 克希荷夫電流定律

- 克希荷夫電流定律（Kirchhoff's current law，簡稱KCL）用於說明節點上分支電流的關係，KCL說：在電路中的任一節點上，有下列現象：

公式 3-18

總流入電流 ＝ 總流出電流　　即 $\Sigma I_{in} = \Sigma I_{out}$

或　電流的代數總和 ＝0　　即 $\Sigma I = \Sigma I_{in} - \Sigma I_{out} = 0$

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 其中，節點為電路中兩個或兩個以上元件的連接點，如圖3-13(a)、(b)所示的節點*A*，則：
- 流入節點*A* 的電流有：I_1 及I_4。
- 流出節點*A* 的電流有：I_2、I_3 及I_5。
- 根據KCL 的$\Sigma I_{in}=\Sigma I_{out}$，則：$I_1+I_4=I_2+I_3+I_5$
- 或根據$\Sigma I_{in}-\Sigma I_{out}=0$，則：$I_1+I_4-I_2-I_3-I_5=0$

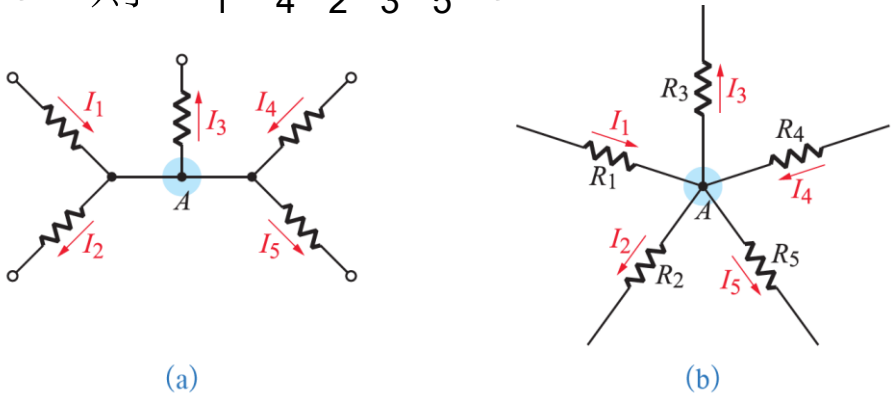
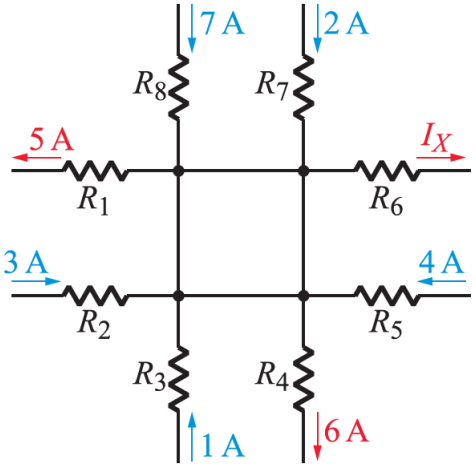


圖 3-13　克希荷夫電流定律說明

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 例題 **3-16**　KCL 基本運算
- 如右圖所示，試求I_X為多少安培？



- 解

  由於中間四個節點八條線連結在一起，所以視為同一節點。

  應用KCL 定律，總流入電流= 總流出電流

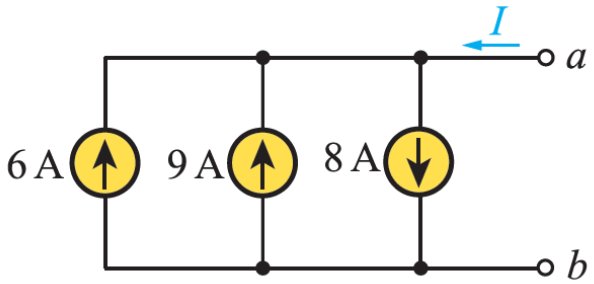
  即$3+1+4+2+7=5+6+I_X$

  故I_X=6 A

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 練習

- 23. 如右圖所示，試求*I* 等於多少？
  (A) 7 A　(B) 23 A　(C) -7 A　(D) -23 A。



3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 例題 **3-17**　KCL 應用（一）
- 如圖(a) 所示，試求I_1、I_2、I_3 各為何？

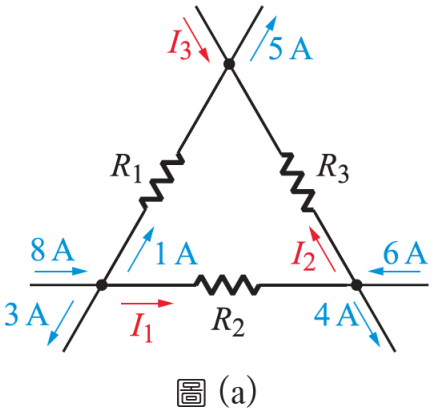


圖 (a)

- 解

  應用KCL 定律，依序求I_1、I_2、I_3

  求I_1：$8=1+I_1+3$　故$I_1=4$ A

  求I_2：$I_1+6=4+I2$，$4+6=4+I_2$　故$I_2=6$ A

  求I_3：$I_2+I_3+1=5$，$6+I_3+1=5$　故$I_3=-2$ A

  負號表示電流I_3 的方向與假設者相反，正確應該朝外流出。

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 練習
- 24. 如圖(b) 所示電路，則I_X、I_Y 分別為多少安培？
  (A) 2、3 (B) 3、4　(C) 4、5 (D) 5、6。
- 25. 如圖(c) 所示之電路，求I 為何？
  (A) -2 A　(B) -1 A　(C) 1 A (D) 2 A。

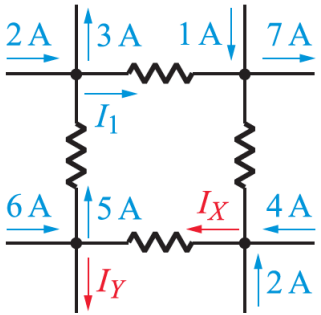


圖 (b)

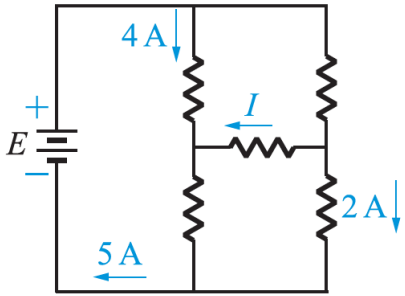
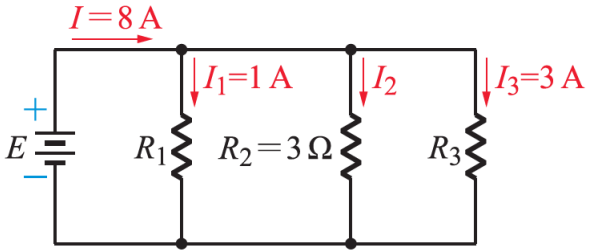


圖 (c)

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理



- 例題 **3-18**　KCL 應用（二）
- 如右圖所示，試求：(1) I_2　(2) E
- 解

  (1) 以上面連接線為節點，應用KCL 定律I_2=8-1-3=4 A

  (2) 並聯電壓相同$E=I_2\times3=4\times3=12$ V

- 練習
- 26. 接續例題，求R_1、R_3 各為何？

  (A) 3 Ω、6 Ω　(B) 4 Ω、12 Ω　(C) 12 Ω、4 Ω　(D) 12 Ω、16 Ω。

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- **3-4.2** 電流分配原理
- 圖3-14 為兩個電阻的並聯電路，依據3-3 節「並聯電路的定義及特性」得知：

- 總電阻 $R_T = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

- 總電壓 $E = I \times R_T = I \times \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

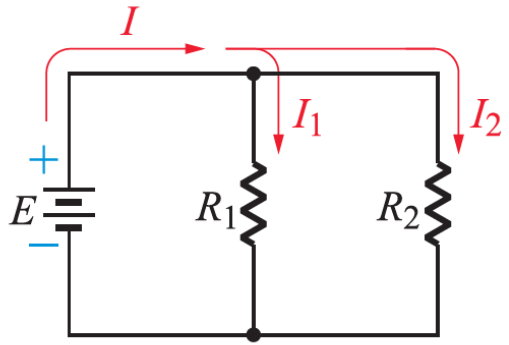


圖 3-14　電流分配原理說明

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 以歐姆定律求得各電阻分支電流：

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{R_T}{R_1} \times I = \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_1} \times I$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{R_T}{R_2} \times I = \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_2} \times I$$

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 經整理後可得並聯電路的「電流分配原理」如下：

公式 3-19

兩個電阻並聯時，$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times I$　　$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \times I$

- 表示：在電阻並聯電路中，「某一電阻的分路電流」等於「另一電阻除以兩電阻之和」乘以「總電流」。

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 表示：「分路電流」等於「總電阻除以該電阻」乘以「總電流」。

公式 3-20

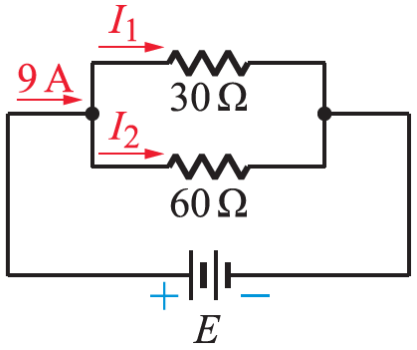
n 個電阻並聯時，$I_1 = \frac{R_T}{R_1} \times I$　　$I_2 = \frac{R_T}{R_2} \times I$　　$I_n = \frac{R_T}{R_n} \times I$

註 並聯的總電阻≠電阻之和。

- 發現：並聯電路中，電阻愈大，所分配到的電流愈小。

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 例題 **3-19**　電流分配原理基本運算
- 如右圖所示，試求流過各電阻的電流及電源電壓各為何？



- 解
- 應用分流原理（3-19）公式：

$$I_1 = 9 \times \frac{60}{30+60} = 6\ \text{A}，I_2 = 9 \times \frac{30}{30+60} = 3\text{A}$$

其中 I_2 也可以應用 KCL：$I = I_1 + I_2$，故 $I_2 = I - I_1 = 9 - 6 = 3\ \text{A}$

電源電壓 $E = I_1 R_1 = I_2 R_2 = 6 \times 30 = 3 \times 60 = 180\ \text{V}$

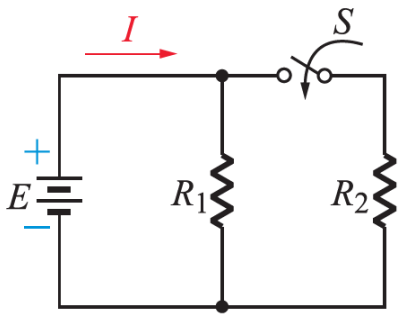
3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 練習

- 27. 如右圖所示，當開關按下時，電壓（*E*）、電流（*I*）之變化，何者正確？

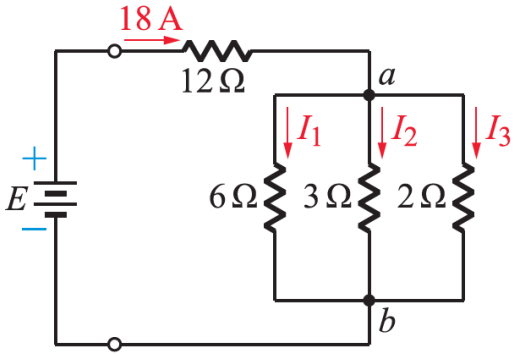
  (A) *E*、*I* 都上升　(B) *E*、*I*都下降　(C) *E* 不變、*I* 下降

  (D) *E* 不變、*I* 上升。



3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 例題 **3-20**　電流分配原理應用（一）
- 如右圖所示，試求流過各電阻的電流。



- 解
- 首先求得並聯部分的總電阻，R_T=6//3//2=1 Ω應用分流原理（3-20）公式：

$$I_1 = I \times \frac{R_T}{R_1} = 18 \times \frac{1}{6} = 3\ \text{A}，I_2 = I \times \frac{R_T}{R_2} = 18 \times \frac{1}{3} = 6\ \text{A}$$

$$I_3 = I \times \frac{R_T}{R_3} = 18 \times \frac{1}{2} = 9\ \text{A}$$

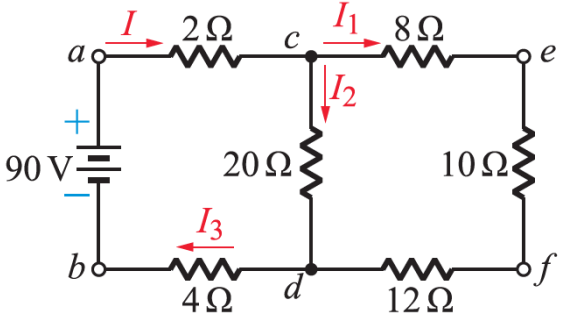
3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 練習

- 28. 如例題3-20 圖之電路，試求*E* 為多少伏特？
  (A) 234　(B) 227　(C) 216　(D) 18。

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 例題 **3-21**　電流分配原理應用（二）
- 如右圖所示，試求R_{ab}、I、I_1、I_2。



- 解

(1) 求總電阻

$$R_{ab}=2+(20//(8+10+12))+4$$
$$=2+12+4=18\ \Omega$$

(2) 求總電流 $I=\dfrac{E}{R_{ab}}=\dfrac{90}{18}=5\ \text{A}$

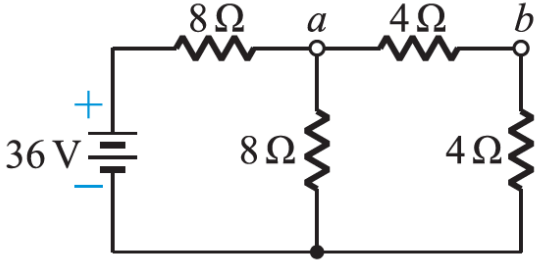
(3) $I_1=5\times\dfrac{20}{20+(8+10+12)}=5\times\dfrac{20}{20+30}=2\ \text{A}$

(4) $I_2=5-2=3\ \text{A}$

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

- 練習

- 29. 如圖所示，則*a*、*b* 兩點之電壓為何？
  (A) 3 V　(B) 6 V　(C) 12 V　(D) 24 V。



3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

延伸知識

如何判斷電池是否沒電

當我們發現電池沒電無法工作時，如果將它取下以電壓錶量測如圖 (1) 所示，會發現實際上電壓值只是下降一點點而已，而不是等於零，例如：標稱 1.5 V 的電池量到 1.4 V，4.2 V 鋰電池量到 3.4 V；因為電錶的內阻 R_V 遠大於電池內阻 r，造成所量到的電壓和原來電池的電壓 E 很接近。

正確的方法應該是將電池接上負載後，再量測負載兩端的電壓如圖 (2) 所示，此時所量到的是負載端電壓，也就是真正的電池輸出電壓。

3-4 克希荷夫電流定律、分流原理

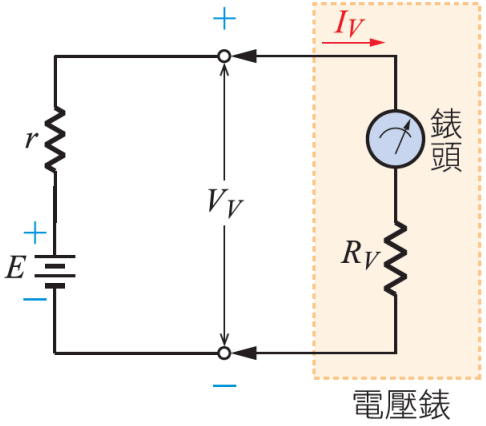


圖 (1)　以電壓錶直接量電池（會有誤差）

$$V_V=\frac{R_V}{R_V+r}\times E\fallingdotseq E$$

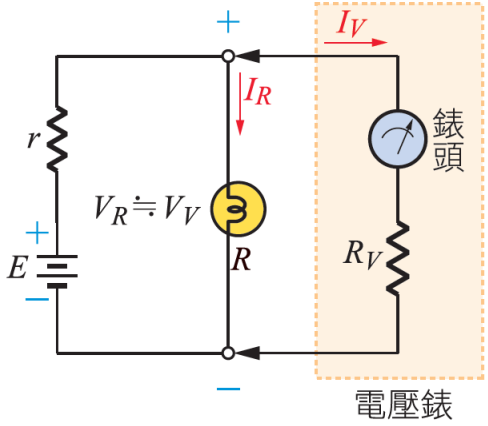


圖 (2)　接上負載再量（正確方法）

$$R_V\gg R\text{，}I_V\ll I_R\text{，}V_V\fallingdotseq V_R=\frac{R}{R+r}\times E<E$$

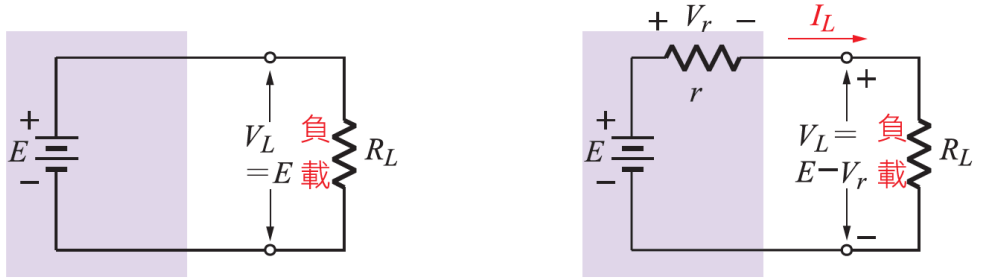
3-5 電壓源及電流源

- 電源屬於電路中的主動元件，用來供給電路所需電能，電源有電壓源（voltage source）和電流源（current source）兩種。電壓源是一個提供電壓恆定、電流隨負載變動的供電裝置；電流源則是提供電流恆定、端電壓隨負載變動的供電裝置。

- **3-5.1** 電壓源
- 電壓源分成理想電壓源及實際電壓源進行說明。理想的電壓源結構，如圖3-15(a) 所示，只有提供電動勢的*E*，沒有內阻*r*，即使外接負載*RL* 的值改變，負載兩端的端電壓也不會變動，即負載端電壓（*VL*）恆等於*E*。

3-5 電壓源及電流源

- 實際的電壓源結構，如圖3-15(b) 所示，除了提供電動勢的E 之外，還有一個串聯的內部電阻r。根據分壓原理，負載端電壓
- $V_L = E \times \dfrac{R_L}{r + R_L}$ ，當內阻r 愈小時，V_L 愈接近於E；反之，當內阻r
- 愈大時，實際供應負載的電壓V_L 就愈小。



(a) 理想電壓源電路

（內阻 $r=0$，r 視為短路
$V_L=E$）

(b) 實際電壓源電路

（有一串聯內阻 r，r 愈小愈好
$V_L=E\times\dfrac{R_L}{r+R_L}$）

圖 3-15　電壓源電路

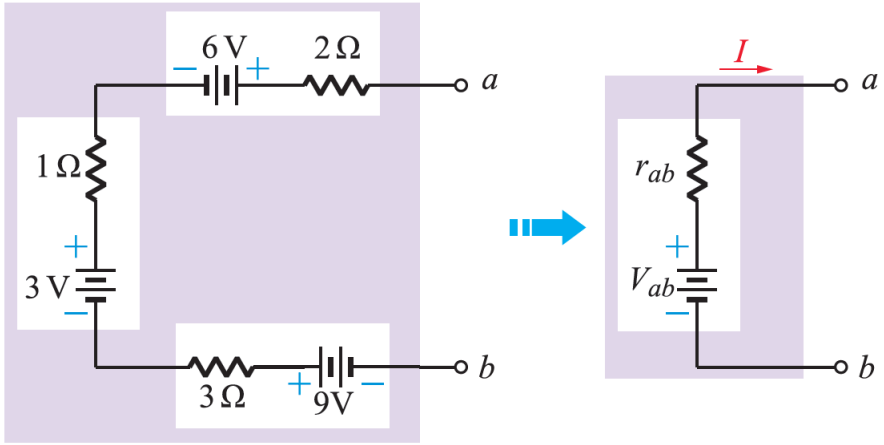
3-5 電壓源及電流源

- 1.電壓源的串聯
- 將數個電壓源串聯後，總電壓為各電壓源電壓的代數總和，正負極性順序相同者相加，相反者相減，總內阻為各內阻的總和。

- 2.電壓源的並聯
- 電壓源並聯必須具備：相同的電動勢、相同的內電阻，而且並接時同端點極性必須相同，否則將會產生內部環流，耗損能量。

3-5 電壓源及電流源

- 例題 **3-22**　電壓源串聯
- 下圖中，試求電壓源串聯後之等效電壓為何？



- 解

  等效電路如右上圖所示：r_{ab}=2+1+3=6 Ω，V_{ab}=6+3+9=18 V

3-5 電壓源及電流源

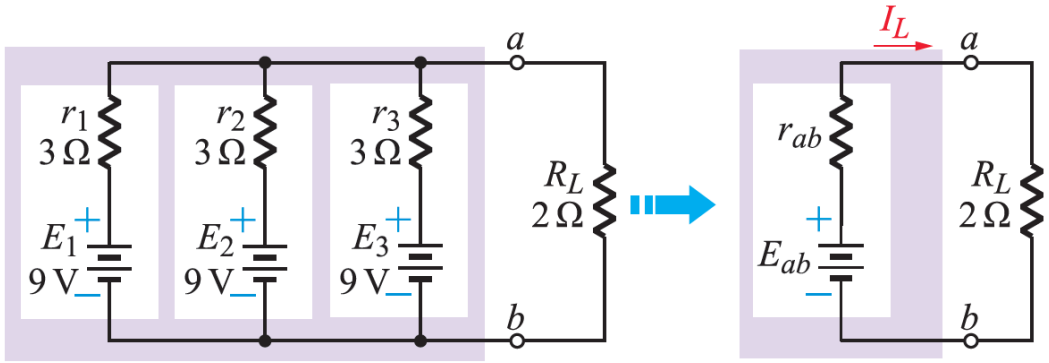
- 練習

- 30. 將本例題的3 V 電壓源極性反接，並將*a*、*b* 兩端短路，試問流經3 V電壓源之電流為多少安培？

  (A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3。

3-5 電壓源及電流源

- 例題 **3-23**　電壓源並聯
- 下圖中，試求電壓源並聯後的等效電壓、電阻及電流。



3-5 電壓源及電流源

- 解

  等效電壓 $E_{ab}=E_1=E_2=E_3=9\ \text{V}$，等效電阻 $r_{ab}=r_1//r_2//r_3=3//3//3=1\ \Omega$

  負載電流 $I_L=\dfrac{E_{ab}}{r_{ab}+R_L}=\dfrac{9}{1+2}=3\ \text{A}$

  本例中，當只有單一電壓源時，$I_L=\dfrac{E}{r+R_L}=\dfrac{9}{3+2}=1.8\ \text{A}$

  發現：電壓源並聯可以增加供應到負載的電流（從 1.8 A 提升到 3 A）。

- 練習
- 31. 一訊號源輸出開路時電壓為10 V，接上100 Ω 電阻後，電壓降為8 V，則訊號源內阻為何？

  (A) 100 Ω　(B) 50 Ω　(C) 25 Ω　(D)12.5 Ω。

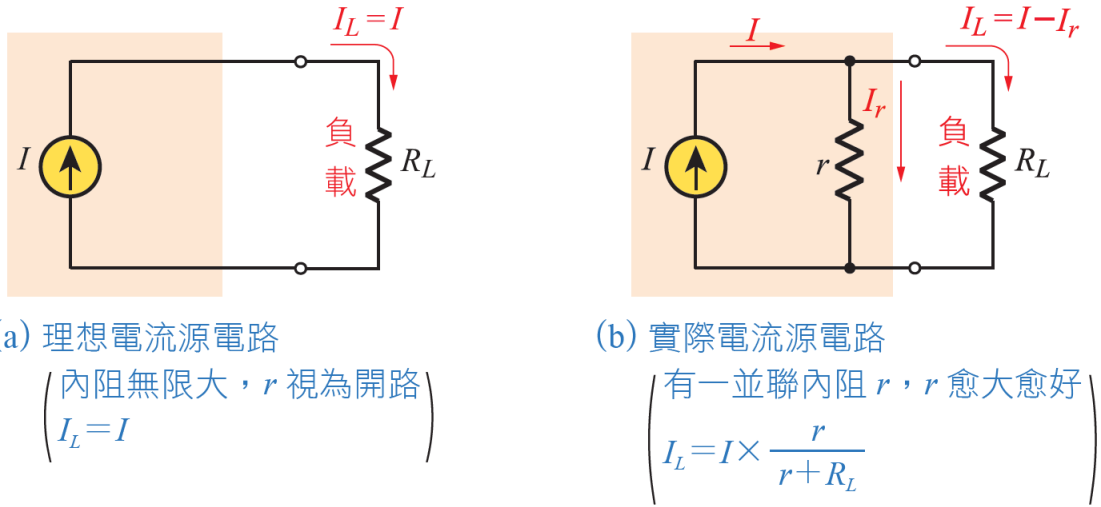
3-5 電壓源及電流源

- **3-5.2** 電流源

- 電流源分成理想電流源及實際電流源加以說明；理想的電流源結構，如圖3-16(a) 所示，只有提供電流的I，沒有內阻r，即使外接負載R_L 的值改變，流過負載的電流也不會變動，即負載電流（I_L）恆等於I。

3-5 電壓源及電流源

- 實際的電流源結構，如圖3-16(b) 所示，除了提供電流的I 之外，還有一個並聯的內部電阻r。根據分流原理，負載電流
- $I_L = I \times \frac{r}{r + R_L}$，當內阻$r$>>$R_L$ 時，$I_L \fallingdotseq I$；反之，當內阻r 愈小時，實際流到負載的電流I_L 就愈小。



(a) 理想電流源電路

（內阻無限大，r 視為開路；$I_L = I$）

(b) 實際電流源電路

（有一並聯內阻 r，r 愈大愈好；$I_L = I \times \frac{r}{r + R_L}$）

圖 3-16　電流源電路

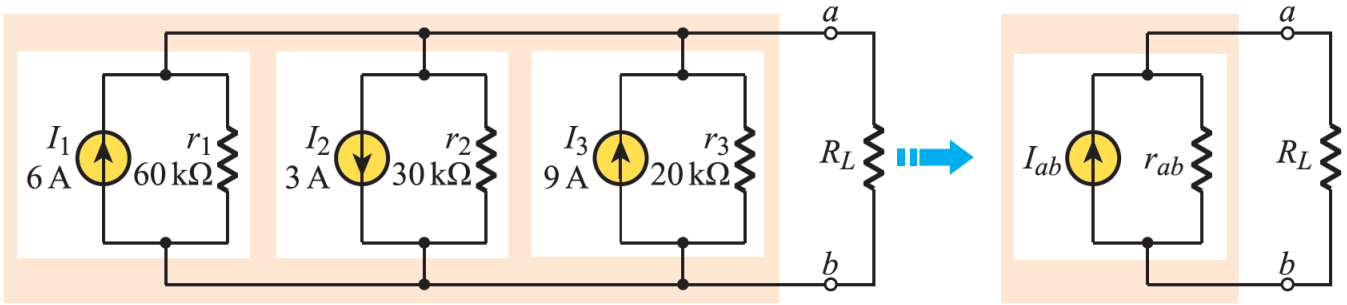
3-5 電壓源及電流源

- 1. 電流源的並聯
- 數個電流源並聯後，總電流為各電流源電流之代數總和，電流方向相同者相加，相反者相減，總內阻為各內阻並聯。

- 2. 電流源的串聯
- 電流源串聯必須具備：相同的電流、相同的內電阻，而且連接時電流方向必須相同，否則將會產生內部環流，耗損電源。在實際應用上，電流源的串聯很少使用。

3-5 電壓源及電流源

- 例題 **3-24**　電流源並聯
- 下圖中，試求電流源並聯後之等效電流及電阻。



- 解

  等效電流$I_{ab}=I_1-I_2+I_3=6-3+9=12$ A

  等效電阻$r_{ab}=r_1 // r_2 // r_3=60$ kΩ //30 kΩ //20 kΩ=20 kΩ //20 kΩ=10 kΩ

3-5 電壓源及電流源

- 練習

- 32. 本例題中，當負載R_L=15 Ω 時，試問負載兩端電壓約為何？
  (A) 180 V　(B) 72 V　(C) 48 V　(D) 0 V。

3-5 電壓源及電流源

- 例題 **3-25**　電流源串聯
- 右圖中，試求電流源串聯後的等效電路。

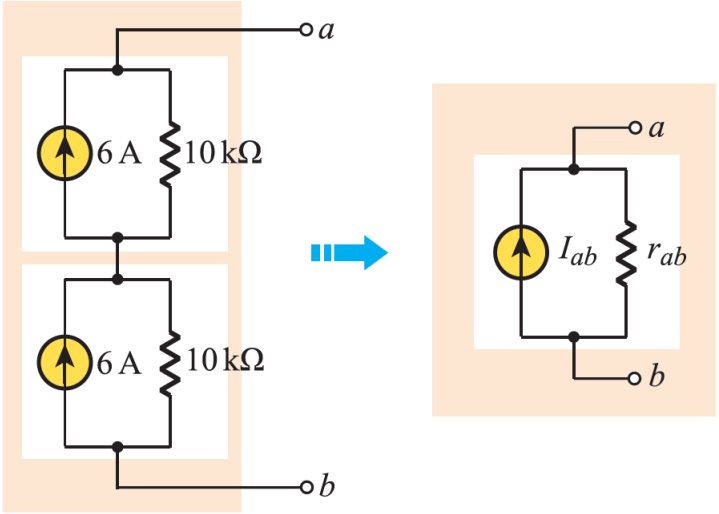
- 解

  等效電流$I_{ab}=I_1=I_2=6$ A

  等效電阻$r_{ab}=r_1+r_2$

  $=10\ \text{k}\Omega+10\ \text{k}\Omega$

  $=20\ \text{k}\Omega$



3-5 電壓源及電流源

- 練習

- 33. 本例題為兩個相同電流源串聯，在*a*、*b* 兩端串接一個負載電阻為10 kΩ，其負載電流為I_A；將電流源去除一個後連接相同負載，其負載電流為I_B，則I_A、I_B 分別為多少A ？
  (A) 3、4　(B) 4、3　(C) 4、4　(D) 6、6。

3-5 電壓源及電流源

- **3-5.3** 電壓源與電流源的等效轉換
- 有時候為了方便電路運算，可以將電壓源和電流源進行互相轉換；其作法是根據歐姆定律$E=I\times r$或$I=\frac{E}{r}$；其中，E為電壓源的電動勢，I為電流源的恆定電流，r則是兩者共同的內部電阻。在進行轉換時，電流源的箭頭部分指向正極（高電位），另一端則為負極（低電位）。

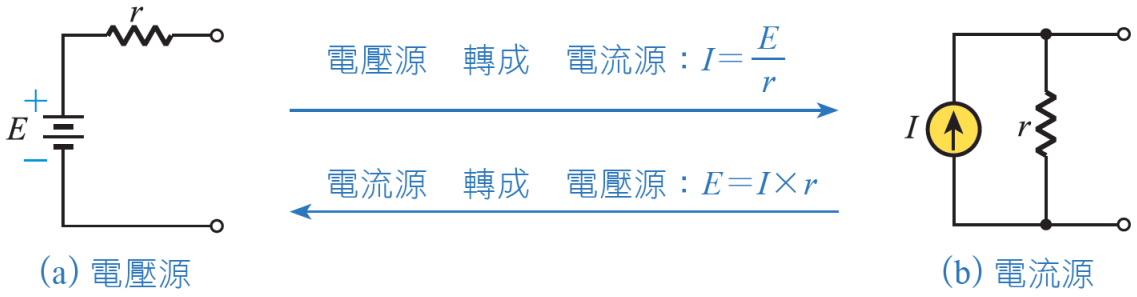
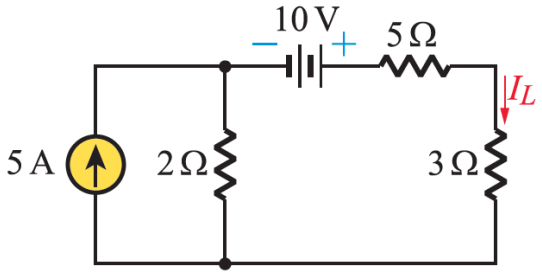


圖 3-17　電壓源與電流源之轉換

3-5 電壓源及電流源

- 例題 **3-26**　電源轉換之電路計算
- 如圖所示電路，負載電流I_L 為何？

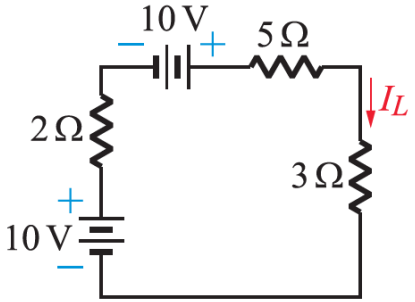


- 解

  先將5 A、2 Ω 電流源轉換成電壓源

  $E=I\times r=5\times 2=10$ V，如右圖所示，

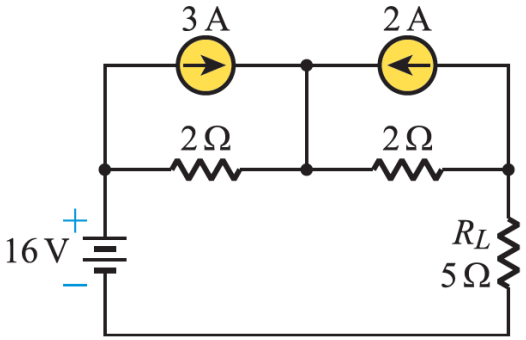
  故，$I_L=\dfrac{10+10}{2+5+3}=2$ A



3-5 電壓源及電流源

- 練習

- 34. 如圖所示電路，5 Ω 負載的消耗功率為多少？
  (A) 8W　(B) 12W
  (C) 20W　(D) 28W。



3-6 Y 形及△形電路互換法

- 電路連接方式往往不是單純的串聯或並聯，而是串並聯交錯的複雜電路；此類型電路在求其總電阻或電流時，必須以轉換技巧化簡後才能求得。常見的電路連接方式有Y 形和△（三角，delta）形；其中Y 形又稱為星形（star）或T 形，如圖3-18(a)所示，△形又稱為π 形，如圖3-18(b) 所示。

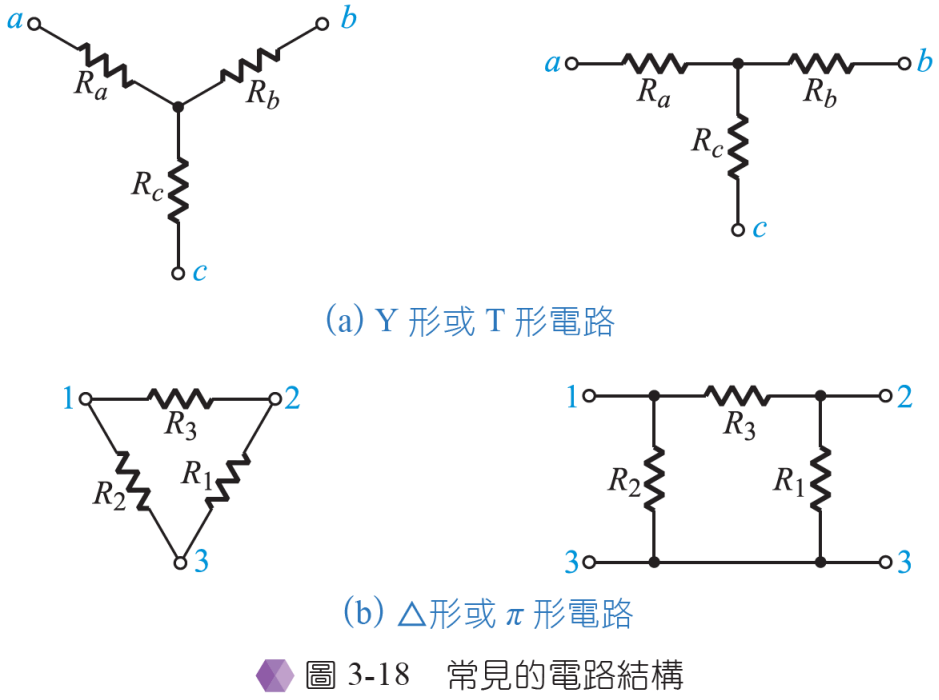
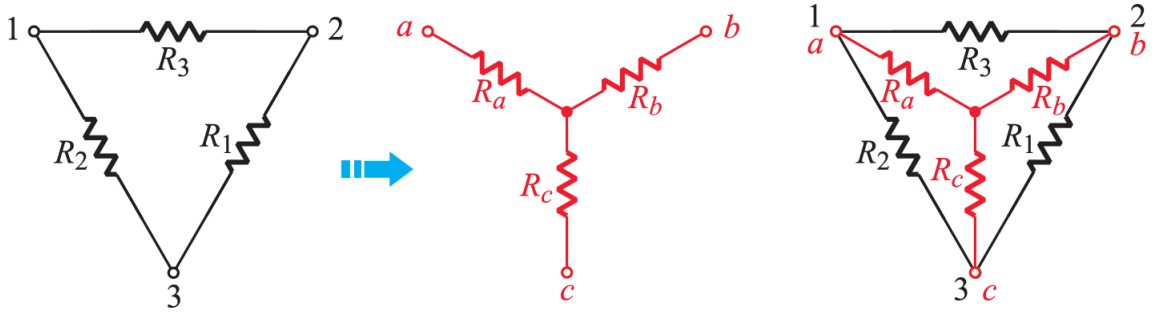


圖 3-18　常見的電路結構

3-6 Y 形及△形電路互換法

- **3-6.1** △形化成Y 形



注意：在標示上注意 a 點的對邊是 R_1，其餘類推。

圖 3-19　△形化成 Y 形

3-6 Y 形及△形電路互換法

如圖 3-19 所示，Y 形的 a、b 兩端電阻 $R_{ab}=R_a+R_b$，等於△形的 $(R_1+R_2)//R_3$，其餘類推，運算式如下：

$$R_{ab}=R_a+R_b=(R_1+R_2)//R_3=\frac{(R_1+R_2)\times R_3}{R_1+R_2+R_3}\cdots\cdots\cdots\cdots①$$

$$R_{bc}=R_b+R_c=(R_2+R_3)//R_1=\frac{(R_2+R_3)\times R_1}{R_1+R_2+R_3}\cdots\cdots\cdots\cdots②$$

$$R_{ca}=R_c+R_a=(R_3+R_1)//R_2=\frac{(R_3+R_1)\times R_2}{R_1+R_2+R_3}\cdots\cdots\cdots\cdots③$$

$$\frac{①式+②式+③式}{2}$$

3-6 Y 形及△形電路互換法

得　$R_a+R_b+R_c=\dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1+R_2+R_3}$ ……④

④式 － ②式，得：　$R_a=\dfrac{R_2\times R_3}{R_1+R_2+R_3}$　公式 3-21

④式 － ③式，得：　$R_b=\dfrac{R_3\times R_1}{R_1+R_2+R_3}$　公式 3-22

④式 － ①式，得：　$R_c=\dfrac{R_1\times R_2}{R_1+R_2+R_3}$　公式 3-23

3-6 Y 形及△形電路互換法

結論：(1) △形化成 Y 形時，其轉換法則為：

$$R_Y = \frac{\text{該電阻對應△兩側電阻的乘積}}{\text{△三個電阻的和（固定值）}}$$

公式 3-24

(2) 當△形的三個電阻相同（$R_1 = R_2 = R_3$）時，則

$$R_Y = \frac{R_\triangle{}^2}{3 \times R_\triangle} = \frac{R_\triangle}{3}$$

公式 3-25

3-6 Y 形及△形電路互換法

- **3-6.2** Y 形化成△形

- 將（3-21）、（3-22）、（3-23）三個式子兩兩相乘再相加，化簡可得：

$$R_a \times R_b + R_b \times R_c + R_c \times R_a = \frac{R_1 \times R_2 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdots\cdots\cdots\cdots ⑤$$

3-6 Y 形及△形電路互換法

$$\frac{⑤式}{(3\text{-}21)式} \quad 得 \quad R_1 = \frac{R_a \times R_b + R_b \times R_c + R_c \times R_a}{R_a}$$

公式 3-26

$$\frac{⑤式}{(3\text{-}22)式} \quad 得 \quad R_2 = \frac{R_a \times R_b + R_b \times R_c + R_c \times R_a}{R_b}$$

公式 3-27

$$\frac{⑤式}{(3\text{-}23)式} \quad 得 \quad R_3 = \frac{R_a \times R_b + R_b \times R_c + R_c \times R_a}{R_c}$$

公式 3-28

3-6 Y 形及△形電路互換法

結論：(1) Y 形化成△形時，其轉換法則為：

$$R_{\triangle}=\frac{\text{Y 形兩兩電阻相乘之和（固定值）}}{\text{對面最遠的電阻（Y 形）}}$$

公式 3-29

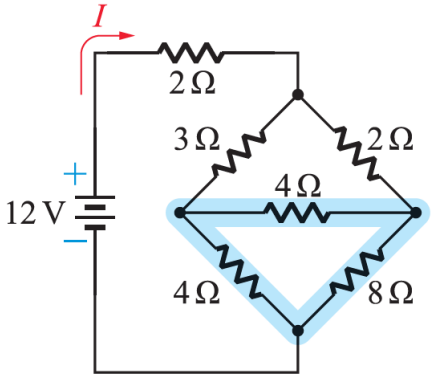
(2) 當 Y 形的三個電阻相同（$R_a=R_b=R_c$），則

$$R_{\triangle}=\frac{3\times R_{Y}^{2}}{R_{Y}}=3\times R_{Y}$$ 結論：$R_{\triangle}=3R_{Y}$

公式 3-30

3-6 Y 形及△形電路互換法

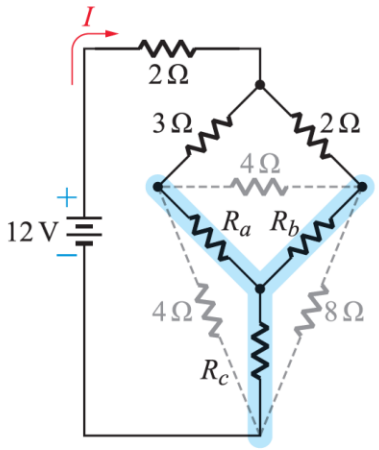
- 例題 **3-27**　△形化成**Y** 形
- 如下圖所示，試求總電阻及其總電流。



3-6 Y 形及△形電路互換法

- 解

(1) 將下面的△形化成 Y 形

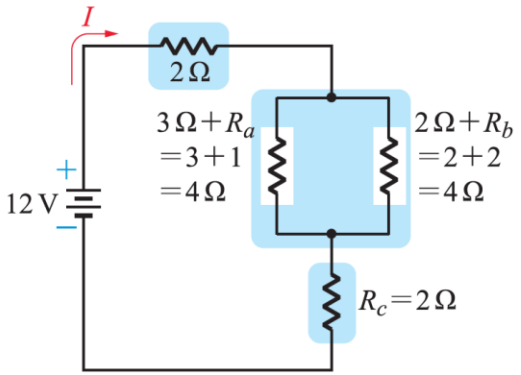


$$R_a = \frac{4\times 4}{4+4+8} = 1\ \Omega$$

$$R_b = \frac{4\times 8}{4+4+8} = 2\ \Omega$$

$$R_c = \frac{4\times 8}{4+4+8} = 2\ \Omega$$

(2) 求 R_T 及 I



$$R_T = 2+(4//4)+2 = 6\ \Omega$$

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{12}{6} = 2\ \text{A}$$

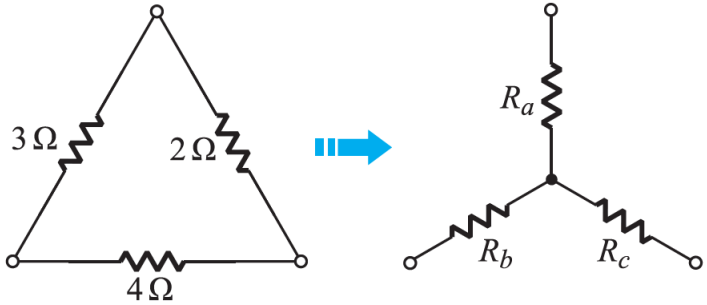
3-6 Y 形及△形電路互換法

- 練習

- 35. 將例題上面三角形化為Y，則R_a、R_b、R_c和分別為多少Ω ？

(A) $\frac{2}{3}$、$\frac{4}{3}$、2　(B) 2、$\frac{4}{3}$、$\frac{2}{3}$

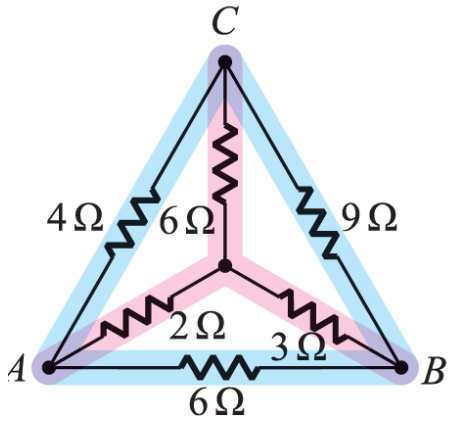
(C) 2、$\frac{4}{3}$、$\frac{8}{9}$　(D) $\frac{2}{3}$、$\frac{4}{3}$、$\frac{8}{9}$。



- 發現：數值不是整數，較不容易計算，因此必須慎選轉換對象，以方便計算。

3-6 Y 形及△形電路互換法

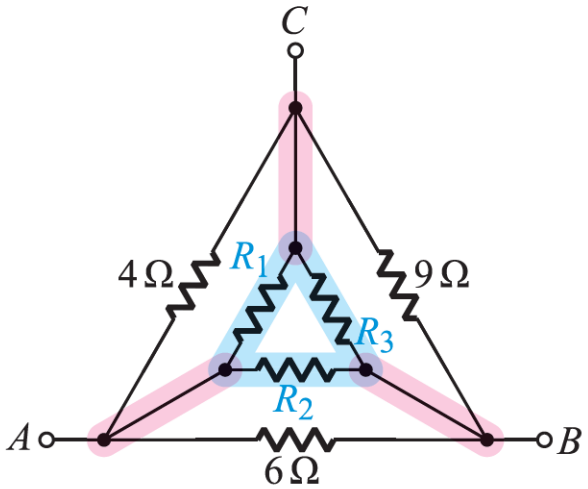
- 例題 **3-28**　Y 形化成△形
- 如下圖所示，試求電阻R_{AB}。



3-6 Y 形及△形電路互換法

- 解

解將中間的 Y 形化成△形



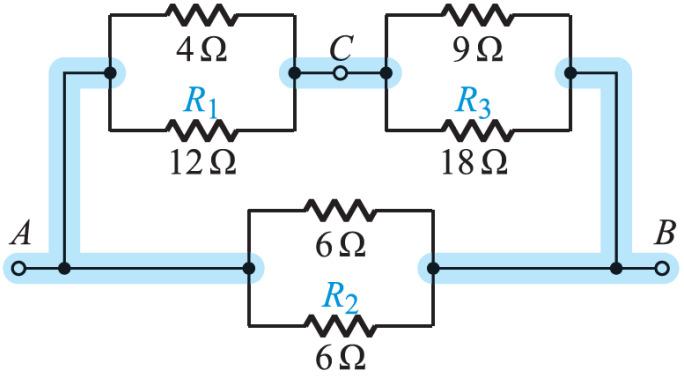
$$R_1 = \frac{2\times3+3\times6+6\times2}{3} = 12\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{2\times3+3\times6+6\times2}{6} = 6\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{2\times3+3\times6+6\times2}{2} = 18\ \Omega$$

3-6 Y 形及△形電路互換法

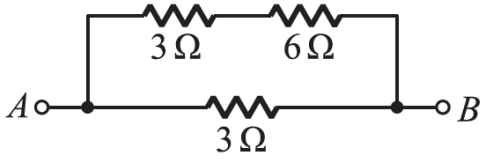
重組電路如下：

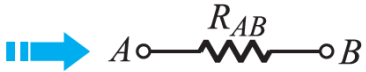


$4//12 = 3\ \Omega$

$9//18 = 6\ \Omega$

$6//6 = 3\ \Omega$



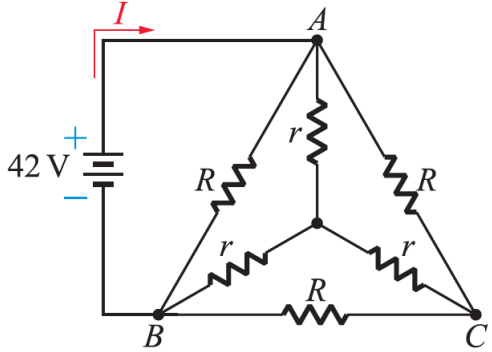


$$R_{AB} = 3//9 = \frac{9}{4}\ \Omega$$

3-6 Y 形及△形電路互換法

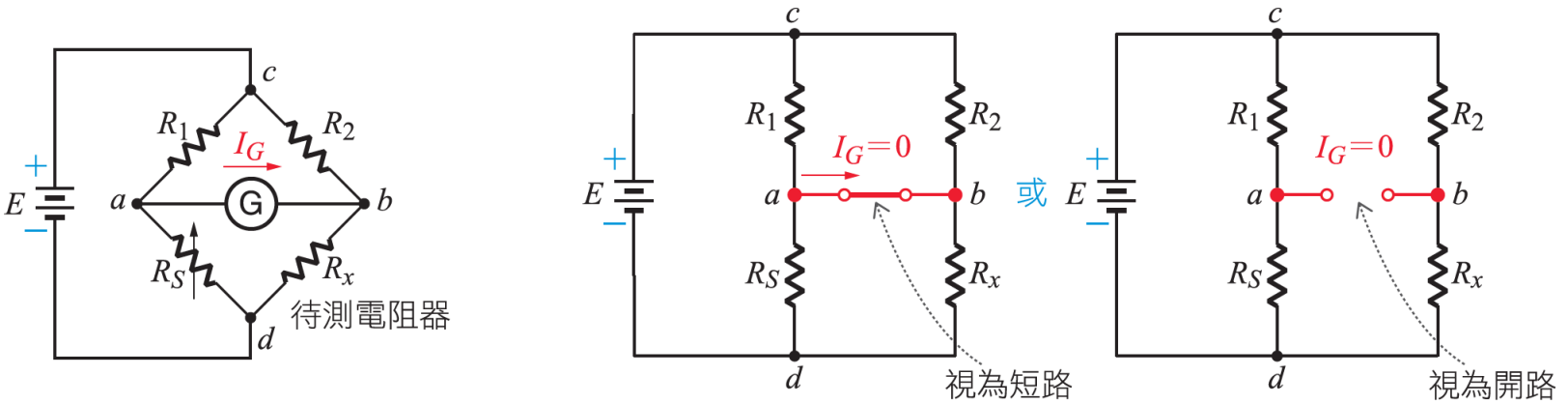
- 練習

- 36. 如圖電路中，R=18 Ω，r=6 Ω，則電流I為何？
  (A) 4 A　(B) 6 A　(C) 7A　(D) 8 A。



3-7 惠斯登電橋及其電路

- 惠斯登電橋是一個用來測量元件電阻值的儀器，如圖3-20(a) 所示為一惠斯登電橋（Wheatstone bridge）的等效電路；當調整可變電阻 R_S，使檢流計Ⓖ 指示為零時稱為電橋平衡，此時待測電
- 阻器的電阻值 $R_X = \frac{R_2}{R_1} \times R_S$。其原理說明如下：



(a) 等效電路　　(b) 電橋平衡時之等效電路

圖 3-20　惠斯登電橋

3-7 惠斯登電橋及其電路

- 電橋平衡時IG=0，表示兩點間的電位差$V_{ab}=V_a-V_b=0$，a、b 之間沒有電流流過，可視為開路或短路，如圖3-20(b)所示。

$$V_a=E\times\frac{R_S}{R_1+R_S}\qquad V_b=E\times\frac{R_x}{R_2+R_x}$$

- 根據分壓原理：

$$\because V_a=V_b\text{，即}\frac{R_S}{R_1+R_S}=\frac{R_x}{R_2+R_x}$$

交叉相乘得：$R_S\times(R_2+R_x)=R_x\times(R_1+R_S)$，乘開並整理可得：

3-7 惠斯登電橋及其電路

公式 3-31

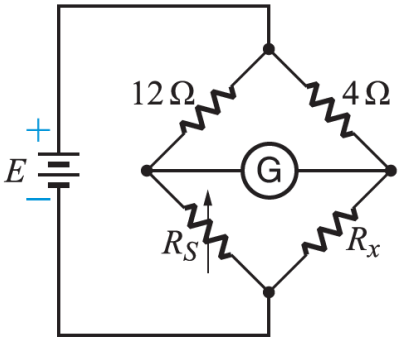
$$R_2 \times R_S = R_1 \times R_x$$

或 $$R_x = \frac{R_2}{R_1} \times R_S$$

- 發現：
  1. 當兩對邊電阻乘積相同時，表示電橋平衡。
  2. 電橋平衡時，可將*a*、*b* 點間的元件（此處為檢流計）移除（開路）或短路，化為單純的串並聯電路，不需進行Y- △互換的運算。

3-7 惠斯登電橋及其電路

- 例題 **3-29**　惠斯登電橋基本使用例
- 如右圖所示，當調整R_S至9 Ω時Ⓖ，檢流計　指示為零，則待測電阻R_x為何？



- 解

  檢流計指示為零，表示為電橋平衡。

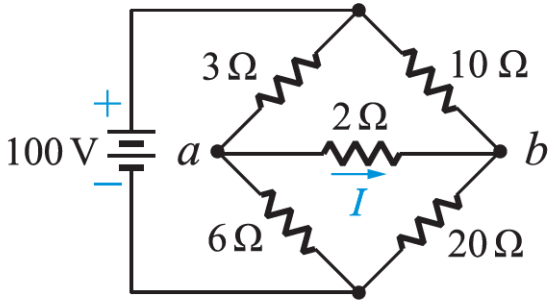
  此時兩對邊電阻乘積相同，即

  $4 \times 9 = 12 \times R_x \rightarrow$ 故$R_x = 3\ \Omega$

3-7 惠斯登電橋及其電路

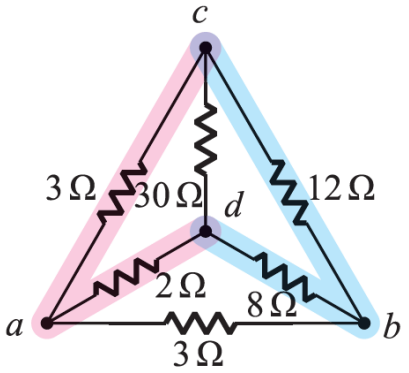
- 練習

- 37. 如右圖所示，則*I* 為多少A ？
  (A) 7.8 A　(B) -7.8 A
  (C) 23.3 A　(D) 0 A。



3-7 惠斯登電橋及其電路

- 例題 **3-30**　平衡電橋判別應用
- 如下圖所示，試求R_{ab} 為多少Ω ？

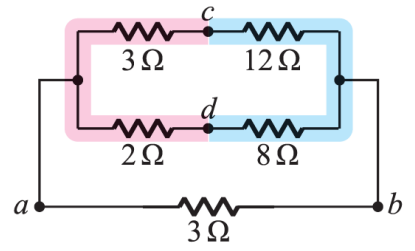


- 解

  發現a、d、b、c 四點為一平衡電橋。

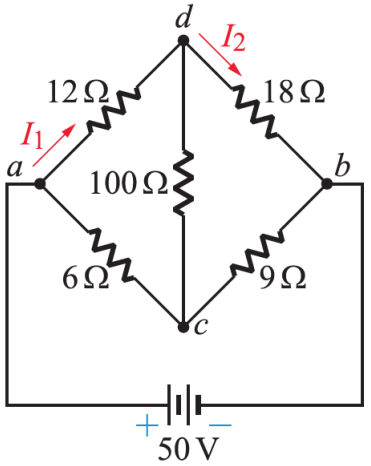
  故c、d 之間的30 Ω 電阻可視為開路，等效電路如右圖所示：

  $R_{ab}=(3+12)//(2+8)//3=6//3=2\ \Omega$



3-7 惠斯登電橋及其電路

- 練習



- 38. 右圖電路中，I_1 與I_2 之關係為何？

  (A) $I_1=I_2$　(B) $I_1>I_2$

  (C) $I_1<I_2$　(D) 無法比較。

- 39. 在上題圖中，若把*cd* 中之電阻由100 Ω 降至10 Ω，則流經電源的電流將會如何？

  (A) 增加　(B) 減少　(C) 不變　(D) 不一定。

3-7 惠斯登電橋及其電路

延伸知識

電阻測試儀器——惠斯登電橋

惠斯登電橋（Wheatstone bridge）是英國人查理斯•惠斯登所改良設計，用來測量電阻器的電阻值，外觀如圖所示，其用法是：放上待測電阻 R_x，調整倍率$\frac{R_2}{R_1}$，逐一調整調測鈕 R_S、並按測試鈕，直到檢流計 G 指示為 0，此時稱為電橋平衡，$R_x = \frac{R_2}{R_1} \times R_S$。

3-8 串並聯電路應用實例

- 本節為選讀內容，包括電壓錶結構、量測與倍增器原理，電流錶結構、量測與分流器原理，以及綜合範例應用；這些內容可視為串並聯電路的延伸學習。

- **3-8.1** 電壓錶及倍增器
- 電壓錶的等效電路可視為錶頭和內阻R_V組成，電壓錶在測量時，必須和待測元件並聯連接，如圖3-21 所示；為避免電錶內阻分流產生誤差，應選用內阻較高的電壓錶，理想的電壓錶其內阻為無限大。

3-8 串並聯電路應用實例

- 每一電壓錶有其測量範圍，當超過容許值時將會導致電錶燒毀，因此在測量時，必須選用較大範圍的電壓錶以策安全。有時候為因應急需，可以藉由串聯一電阻器R_m來擴大測量範圍，此電阻器就功能而言稱為倍增器（multiplier）或分壓器。圖3-21中，V_T為擴大後的測量電壓，V_V為原電錶的測量電壓，V_m為倍增器分擔的電壓，即$V_T=V_V+V_m$。而V_T和V_V的比值稱為電壓錶倍增率m，即：

公式 3-32

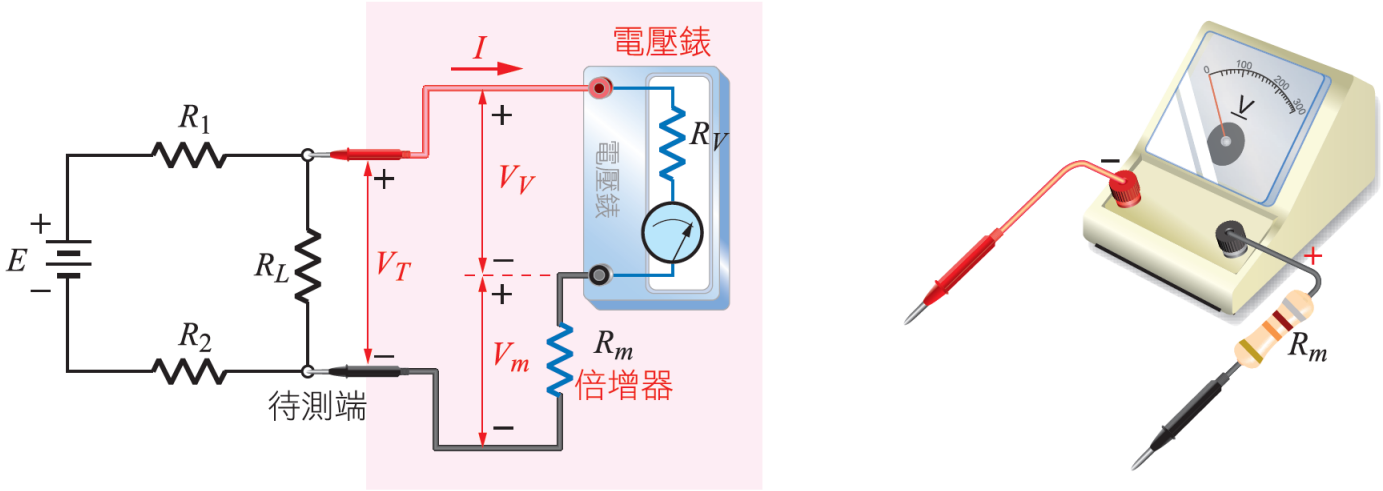
電壓錶倍增率

$$m=\frac{V_T}{V_V}=\frac{V_V+V_m}{V_V}=1+\frac{V_m}{V_V}=1+\frac{I\times R_m}{I\times R_V}=1+\frac{R_m}{R_V}$$

公式 3-33

倍增器電阻值　$R_m=R_V\times(\mathrm{m}-1)$　（歐姆，Ω）

3-8 串並聯電路應用實例



(a) 原理圖　　(b) 實體圖

圖 3-21　電壓錶及其倍增器電路

3-8 串並聯電路應用實例

- 例題 **3-31**　電壓錶倍增器
- 有一電壓錶的滿刻度電壓為10 V，內阻為1 kΩ，今欲擴大測量範圍至100 V，則應如何處理？

- 解

  根據（3-32）公式　倍增率 $m=\frac{V_T}{V_V}=\frac{100}{10}=10$ 倍

  根據（3-33）公式　倍增器電阻R_m=R_V×(m-1)=1 kΩ×(10-1)=9 kΩ

  處理方法：串聯一個9 kΩ 的電阻器後進行測量。

3-8 串並聯電路應用實例

- 練習

- 40. 下列有關電儀表之特性與應用，何者敘述有誤？

  (A) 電壓錶與待測元件並聯

  (B) 不知待測電壓大小時，應採用較小檔位測量

  (C) 歐姆錶與待測元件並聯

  (D) 理想電壓錶內電阻為無限大。

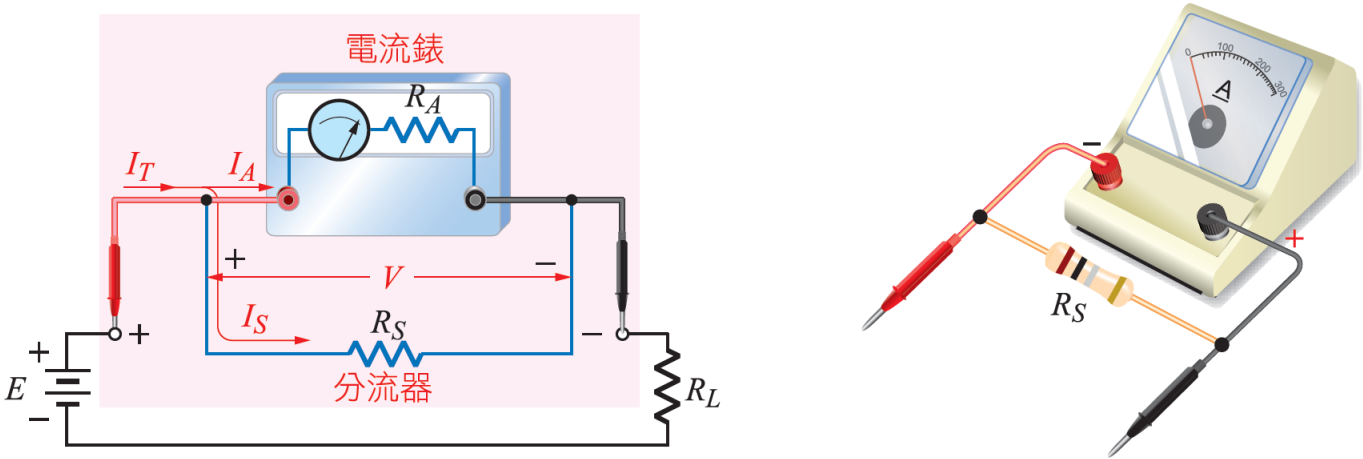
3-8 串並聯電路應用實例

- **3-8.2** 電流錶及分流器

- 電流錶的等效電路可視為錶頭和內阻R_A組成，電流錶在測量時，必須和待測元件串聯連接，為避免電錶內阻壓降產生誤差，應選用內阻較低的電流錶，理想的電流錶其內阻應為0。

- 在前述電壓錶以串聯一個大電阻來分壓，以便增加測量範圍；而在電流錶則必須並聯一個小電阻R_S來分流，才能擴大測量範圍，此電阻器就功能而言稱為分流器（shunt）。

3-8 串並聯電路應用實例



(a) 原理圖　　(b) 實體圖

圖 3-22　電流錶及其分流器電路

3-8 串並聯電路應用實例

- 圖3-22 中，I_T 為擴大後的測量電流，I_A 為原電錶的測量電流，I_S 為分流器分擔的電流，即$I_T=I_A+I_S$。而I_T 和I_A 的比值稱為電流錶倍增率n，即：

公式 3-34

電流錶倍增率

$$n=\frac{I_T}{I_A}=\frac{I_A+I_S}{I_A}=1+\frac{I_S}{I_A}=1+\frac{\frac{V}{R_S}}{\frac{V}{R_A}}=1+\frac{R_A}{R_S}$$

公式 3-35

分流器電阻 $R_S=\frac{R_A}{n-1}$ （歐姆，Ω）

3-8 串並聯電路應用實例

- 例題 **3-32**　電流錶分流器
- 有一電流錶的滿刻度電流為10 mA，內阻為50 Ω，今欲擴大測量範圍至1 A，則應如何處理？
- 解

根據（3-34）公式　倍增率 $n=\dfrac{I_T}{I_A}=\dfrac{1}{0.01}=100$ 倍

根據（3-35）公式　分流器電阻 $R_S=\dfrac{R_A}{n-1}=\dfrac{50}{100-1}\fallingdotseq 0.5\ \Omega$

處理方法：並聯一個 0.5 Ω 的電阻器即可。比較例 3-30 及例 3-31 可以發現：為擴大測量範圍，電流錶應並聯「低」電阻，電壓錶則應串聯「高」電阻。

3-8 串並聯電路應用實例

- 練習

- 41. 有一安培錶之內阻為1 Ω，今欲將其測量範圍擴大100 倍，則應如何？
  (A) 串聯0.01 Ω 電阻器　(B) 串聯99 Ω 電阻器
  (C) 並聯0.01 Ω 電阻器　(D) 並聯99 Ω 電阻器。

3-8 串並聯電路應用實例

- **3-8.3** 其他應用實例

- 一般家用電器都會標示其額定電壓及功率，用以表示該電器正常運作所需的電壓及消耗功率；當實際外加電壓超過其額定電壓時，將會使電器燒毀、縮短壽命，或無法發揮其原有的功能。以下列舉幾個例題說明。

3-8 串並聯電路應用實例

- 例題 **3-33**　燈泡串聯與並聯的比較
- 兩個相同材質，額定規格均為110 V / 100 W 的燈泡，試求：

  (1) 串聯接於110 V 電源時，每個燈泡所消耗的電功率。

  (2) 並聯接於110 V 電源時，每個燈泡所消耗的電功率。

- 解

  (1) 串聯：每一個燈泡分得外加電壓的一半（55 V），只有其額定電壓的一半；根據 $P=\frac{V^2}{R}$，所得功率將只有原來的四分之一，即為25 W。

  (2) 並聯：每一個燈泡的電壓均為外加電壓，等於額定電壓；因此，可以發揮其額定功率，即為100 W。

3-8 串並聯電路應用實例

- 練習

- 42. 將兩個規格均為110 V / 100 W 的相同燈泡串聯，則需外加多少電壓才能使燈泡正常發光？
  (A) 220 V　(B) 200 V　(C) 110 V　(D) 55 V。
- 43. 將110 V / 25 W 和110 V / 100 W 兩個燈泡串聯，當外加220 V 電壓時，結果如何？
  (A) 100 W 較亮　(B) 25 W 較亮　(C) 全部熄滅
  (D) 一樣亮。

3-8 串並聯電路應用實例

- 例題 **3-34**　串並聯運用技巧
- 有3 V / 6 W 燈泡數個，已知電源電壓為12 V，欲使燈泡正常全亮，試問應如何連接？

- 解

  取3 V / 6 W 的相同燈泡四個，串聯後接於12 V 電源即可。

- 練習
- 44. 有3 V / 6 W 燈泡一個，要連接到12 V 的電源電壓，該如何處理才能使燈泡正常亮著？　(A) 並聯1.5 Ω 電阻　(B) 並聯4.5 Ω 電阻　(C) 串聯1.5 Ω 電阻　(D) 串聯4.5 Ω 電阻。

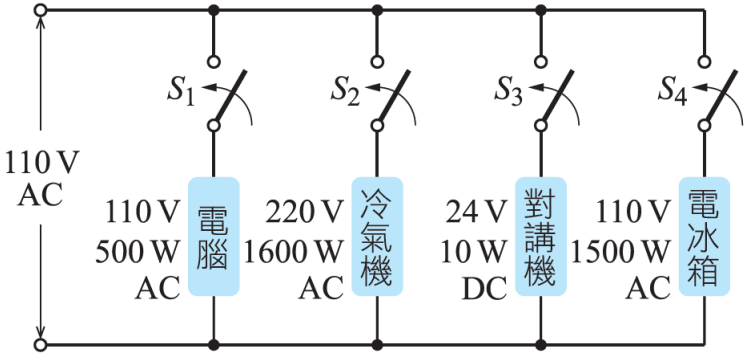
3-8 串並聯電路應用實例

- 例題 **3-35**　不同額定電壓電器並聯判斷
- 如右圖所示，判斷：

  (1) 哪些電器可以正常工作？

  (2) 哪些電器會燒毀？

  (3) 哪些電器無法正常工作？



3-8 串並聯電路應用實例

- 解

(1) 可以正常工作的電器為：電腦及電冰箱。

原因：該電器的額定電壓等於電源電壓。

(2) 會燒毀的電器為：對講機。

原因：該電器的額定電壓小於電源電壓太多，且為直流，故必須降壓、整流才能使用。

(3) 無法正常工作的電器為：冷氣機。

原因：外加電源電壓不足，造成啟動扭力不足，如尚能勉強運轉，也會因電流增加而過載。

3-8 串並聯電路應用實例

- 練習

- 45. 如例題圖，將S_1、S_4 ON，S_2、S_3 OFF，試問額定消耗功率總計為何？
  (A) 500 W　(B) 1500 W　(C) 2000 W
  (D) 3110 W。

3-8 串並聯電路應用實例

延伸知識

聖誕燈會閃爍的原理

聖誕燈閃爍的原理有熱脹冷縮及控制器兩種，簡單的閃爍效果大多採用熱脹冷縮，複雜的跑馬燈效果則外接控制器來控制。

熱脹冷縮的電路是將幾顆燈泡串聯形成一個區段，然後將各區段並聯接於電源而成如圖 (1) 所示。在區段中有一個母燈（或稱為跳燈），母燈和子燈外觀看起來並無太大不同，不過，母燈內部會有一金屬片。此金屬片在燈泡通電發光幾秒後，會因高溫膨脹彎曲而斷路，使燈泡熄滅，再過幾秒鐘溫度冷卻後，又會恢復原狀使燈泡通電發光，如此循環，便能控制該迴路所有子燈同時明滅，達到閃爍的效果。

圖 (3)　聖誕燈一例

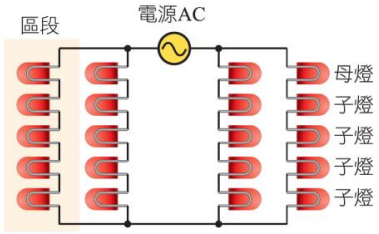


圖 (1)　聖誕燈電路

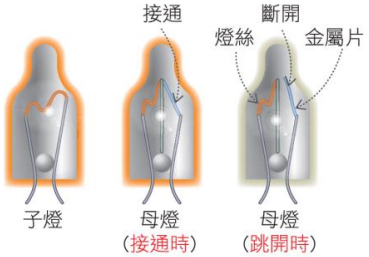


圖 (2)　子燈與母燈結構