台科大圖書
since 1997
AC10122

技術型高級中等學校 | 電機與電子群

基本電學 上

Basic Electricity

Basic Electricity

CHAPTER 4
直流網路分析

4-1 節點電壓法

- **4-1.1** 相關名詞
- 節點電壓法（node voltage method）是分析網路中各節點電壓的常用方法，主要是利用克希荷夫電流定律（KCL）及歐姆定律，寫出節點的電流方程式，再解聯立方程式求得節點電壓。首先以圖4-1 介紹相關名詞如下：

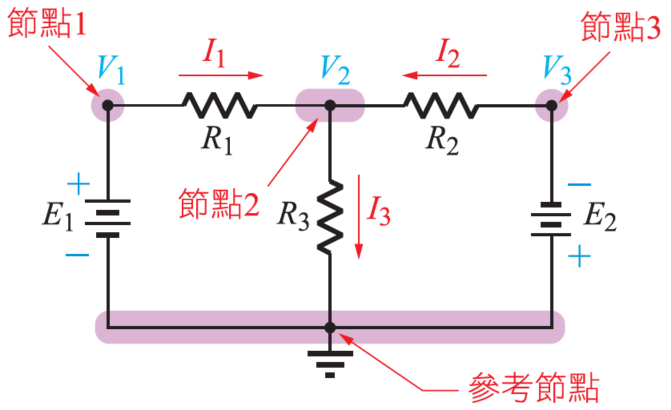


圖 4-1　使用節點電壓法之電路標示

4-1 節點電壓法

- 1.節點：兩個或兩個以上支路的連接點。
- 2.參考節點：當作零電位或接地點的節點；通常為最下方的節點。
- 3.節點電壓：各節點對參考節點之間的電位差，如圖中的V_1、V_2及V_3
- 4.支路電流：節點電壓除以該節點間的電阻，如圖中的I_1、I_2及I_3。

4-1 節點電壓法

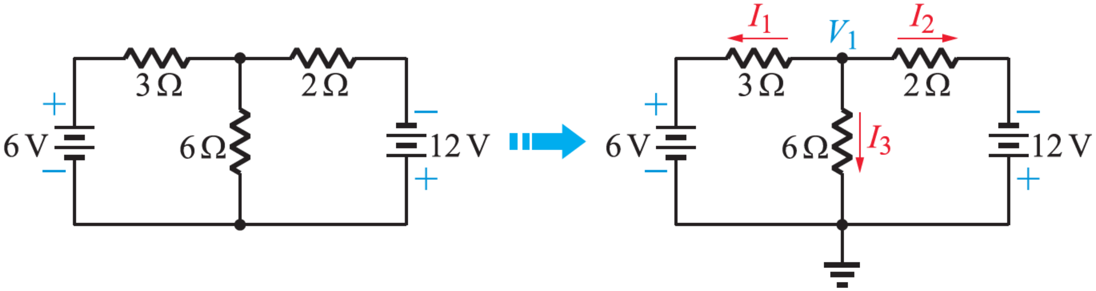
- **4-1.2** 解題步驟
- 節點電壓法的解題步驟說明如下：
- **1.**選定接地參考節點，其電壓值為零。
- **2.**標示「獨立」的節點電壓如圖4-1 中的V_2。所謂「獨立」是指其電壓值未知者，已知電壓者可以不需標示如圖4-1 中的V_1 及V_3（此處$V_1=E_1$，$V_3=-E_2$）。
- **3.**任意假設流入或流出「獨立節點」的電流方向，並以I_1、I_2 及I_3 等標示之。遇有已知電流（如電流源），則以其方向為該支路之電流方向，如例題4-4。

4-1 節點電壓法

- **4.**以歐姆定律寫出各支路電流的算式。有*N* 個節點的電路通常需列出*N*-1 個算式，該支路如有電流源者，直接以電流源電流為支路電流。
- **5.**針對每一獨立節點寫出KCL 電流方程式。
- **6.**解聯立方程式，求出各節點電壓；再依題目需求帶回步驟 **4** 求得各支路電流。
- 如果求得的電流值為負的時候，表示：該電流的方向與步驟 **3** 假設方向相反。接著以一些實例驗證「節點電壓法」的使用方法。

4-1 節點電壓法

- 例題 **4-1**　節點電壓法用於電壓源
- 如下圖(a) 所示，試求流過各電阻之電流大小及方向？



(a)　(b)

4-1 節點電壓法

- 解

(1) 以下方公共點設為接地參考節點，如圖(b) 所示。

(2) 選定獨立節點，並設定其節點電壓為V_1。

(3) 假設流入或流出「獨立節點」的各支路電流方向，並標示如I_1、I_2、I_3 等。

(4) 以歐姆定律寫出各支路電流的算式。

$$I_1=\frac{V_1-6}{3}\text{，}I_2=\frac{V_1-(-12)}{2}\text{，}I_3=\frac{V_1}{6}$$

(5) 以KCL 寫出電流方程式：$I_1+I_2+I_3=0$。

$$\frac{V_1-6}{3}+\frac{V_1+12}{2}+\frac{V_1}{6}=0$$

4-1 節點電壓法

(6) 解方程式，求出節點電壓：

通分再去分母得 $2V_1-12+3V_1+36+V_1=0$　故 $V_1=-4\text{ V}$

(7) 代入步驟 (4) 求得各支路電流：

$$I_1=\frac{V_1-6}{3}=\frac{-4-6}{3}=-\frac{10}{3}\text{ A}$$（負號表示方向假設錯誤，應為向右）

$$I_2=\frac{V_1-(-12)}{2}=\frac{-4+12}{2}=4\text{ A}$$（方向向右）

$$I_3=\frac{V_1}{6}=\frac{-4}{6}=-\frac{2}{3}\text{ A}$$（負號表示方向假設錯誤，應為向上）

(8) 驗證（V_1 節點）：$I_1+I_2+I_3=-\dfrac{10}{3}+4-\dfrac{2}{3}=0$，符合 KCL 定律。

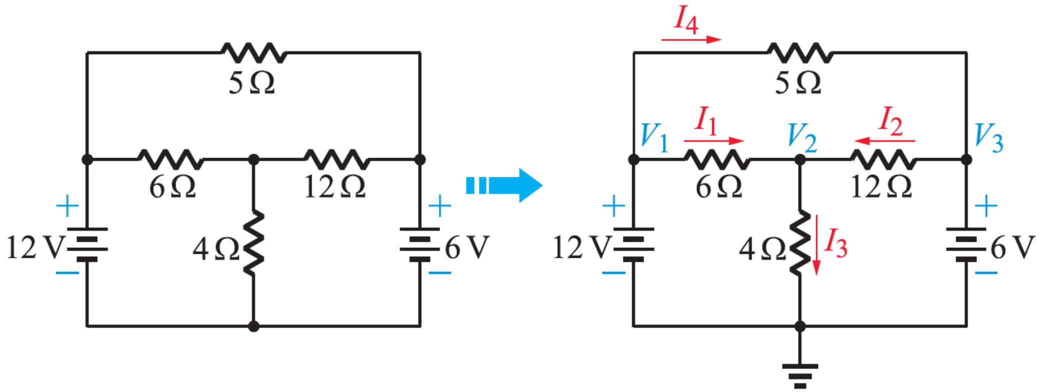
4-1 節點電壓法

- 練習

- 1. 如例題4-1 電路圖中，將6 V 極性反接，試求流過2 Ω 電流為何？
  (A)$\frac{2}{3}$A　(B)$\frac{4}{3}$A　(C) 2 A　(D)-3 A。

4-1 節點電壓法

- 例題 **4-2**　節點電壓法應用於多節點電路
- 如下圖(a) 所示，試求流過各電阻之電流大小及方向？



(a)　　(b)

4-1 節點電壓法

- 解

(1) 以下方的公共點設為接地參考節點，如圖(b) 所示。

(2) 設節點電壓：V_1、V_2、V_3，並從圖中得知：$V_1=12\text{ V}$，$V_3=6\text{ V}$。

(3) 針對V_2 點，假設各支路電流方向，並標示I_1、I_2、I_3。

(4) 以KCL 寫出電流方程式：$I_1+I_2=I_3$。

$\frac{12-V_2}{6}+\frac{6-V_2}{12}=\frac{V_2}{4}$，通分母後得$24-2V_2+6-V_2=3V_2$

4-1 節點電壓法

(5) 解方程式，求出節點電壓 $V_2=5\text{ V}$。

(6) 再代入步驟 (4)，求得各支路電流。

$$I_1=\frac{12-V_2}{6}=\frac{12-5}{6}=\frac{7}{6}\text{ A（向右）}\qquad I_2=\frac{6-V_2}{12}=\frac{6-5}{12}=\frac{1}{12}\text{ A（向左）}$$

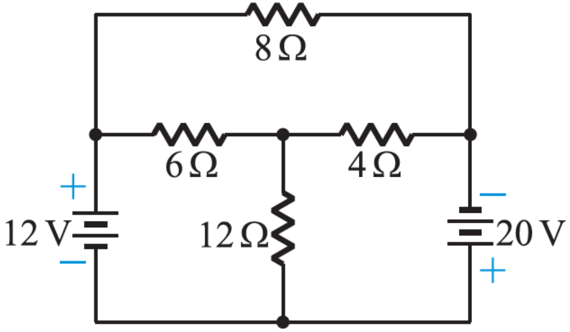
$$I_3=\frac{V_2}{4}=\frac{5}{4}\text{ A（向下）}\qquad I_4=\frac{V_1-V_3}{5}=\frac{12-6}{5}=1.2\text{ A（向右）}$$

(7) 驗證（對 V_2 點而言）：$I_1+I_2=\frac{7}{6}+\frac{1}{12}=\frac{5}{4}=I_3$，符合 KCL 定律。

4-1 節點電壓法

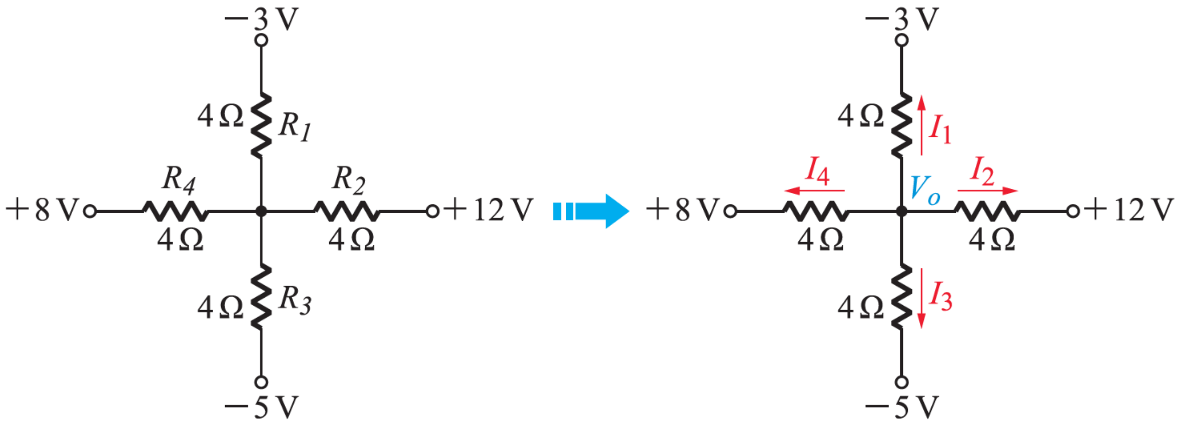
- 練習

- 2. 如右圖電路中，試求流過12 V 電流為何？
(A) 4 A 向下 (B) 4 A 向上
(C) 7 A 向下 (D) 7 A 向上。



4-1 節點電壓法

- 例題 **4-3**　節點電壓法用於交叉電源電路
- 如下圖(a) 所示，試求流過各電阻之電流大小及方向？



(a)　(b)

4-1 節點電壓法

- 解

(1) 選定中心節點，並設節點電壓為V_o，如圖(b) 所示。
(2) 假設各支路電流方向均朝外，並標示I_1、I_2、I_3、I_4。
(3) 以KCL 寫出電流方程式：$I_1+I_2+I_3+I_4=0$

$$\frac{V_o-(-3)}{4}+\frac{V_o-12}{4}+\frac{V_o-(-5)}{4}+\frac{V_o-8}{4}=0$$

(4) 解方程式，求出節點電壓V_o=3 V。

4-1 節點電壓法

(5) 再代入步驟 (4) 求得各支路電流。

$$I_1 = \frac{V_o-(-3)}{4} = \frac{3+3}{4} = 1.5\ \text{A}$$（方向向上）

$$I_2 = \frac{V_o-12}{4} = \frac{3-12}{4} = -2.25\ \text{A}$$（方向假設錯誤，正確應為向左）

$$I_3 = \frac{V_o-(-5)}{4} = \frac{3+5}{4} = 2\ \text{A}$$（方向向下）

$$I_4 = \frac{V_o-8}{4} = \frac{3-8}{4} = -1.25\ \text{A}$$（方向假設錯誤，正確應為向右）

(6) 驗證：$I_1+I_2+I_3+I_4=1.5-2.25+2-1.25=0$，符合 KCL 定律。

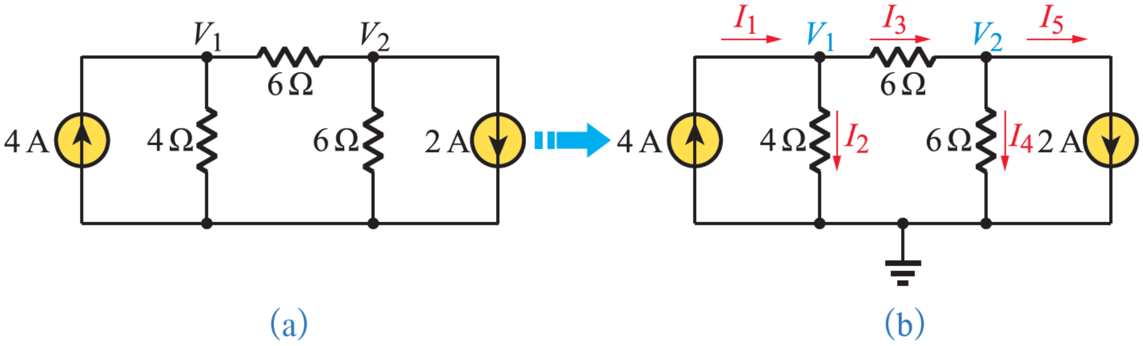
4-1 節點電壓法

- 練習

- 3. 如例題4-3 電路中，試問何者消耗功率最多？
(A) R_1 (B) R_2 (C) R_3 (D) R_4。

4-1 節點電壓法

- 例題 **4-4**　節點電壓法用於電流源電路
- 如下圖(a) 所示，試求V_1 及V_2 電壓各為何？



- 解

(1) 以下方公共點設為接地參考節點，如圖(b) 所示。

(2) 設節點電壓：V_1、V_2。

(3) 假設各支路電流方向，並標示I_1、I_2、I_3、I_4、I_5。

4-1 節點電壓法

(4) 針對 V_1 點，以 KCL 寫出電流方程式：$I_1=I_2+I_3$

$$4=\frac{V_1}{4}+\frac{V_1-V_2}{6}\Rightarrow 5V_1-2V_2=48\ \cdots\cdots①$$

(5) 針對 V_2 點，以 KCL 寫出電流方程式：$I_3=I_4+I_5$

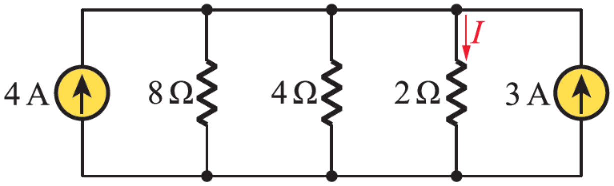
$$\frac{V_1-V_2}{6}=\frac{V_2}{6}+2\Rightarrow V_1-2V_2=12\cdots\cdots\cdots②$$

(6) 解聯立方程式①、②，求出節點電壓：$V_1=9\text{ V}$，$V_2=-1.5\text{ V}$

4-1 節點電壓法

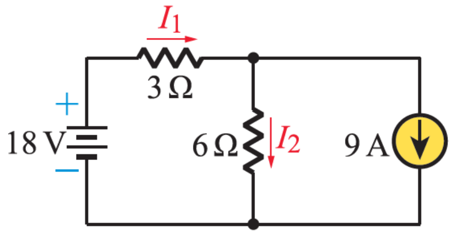
- 練習

- 4. 如圖(c) 所示之電路，求電流I為何？
(A) 8 A　(B) 4 A
(C) 2 A　(D) 1 A。



(c)

- 5. 如圖(d) 所示之電路，電流I_1 與I_2 分別為何？
(A) I_1=8 A，I_2=-1 A
(B) I_1=-8 A，I_2=1 A
(C) I_1=-4 A，I_2=5 A
(D) I_1=4 A，I_2=-5 A



(d)

4-2 迴路電流法

- 迴路電流分析法（loop current analysis method）也是分析複雜網路常用的方法之一，主要是利用克希荷夫電壓定律（KVL）及歐姆定律，列出各迴路的電壓方程式，再解聯立方程式求得迴路電流。迴路電流法的解題步驟說明如下：

- **1.**決定最小的迴路數，如圖4-2(a) 中的最小迴路數為2。

4-2 迴路電流法

- **2.**設定各迴路電流方向，可為順時針或逆時針，並標示迴路電流之名稱例如I_a、I_b 等，如圖4-2(b) 所示；若預設之電流方向和實際相反，則計算後會得到負值。當迴路中有電流源存在時，即可以用該電流源的電流值為該迴路之電流，不需再計算，如例題4-6 所示。

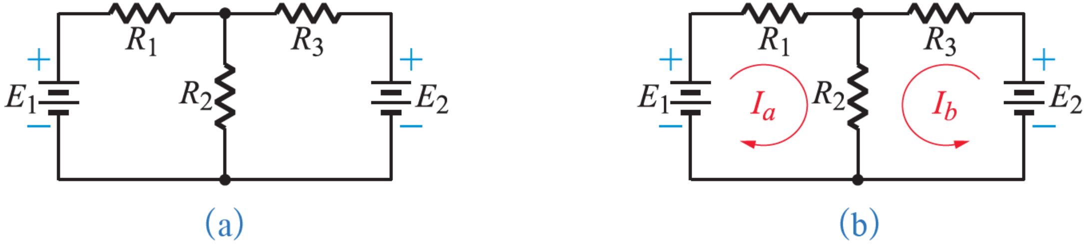


圖 4-2　迴路電流法解題說明

4-2 迴路電流法

- 3.以KVL 寫出各迴路的電壓方程式。其參考格式如下：

「迴路內各電阻之和」×「迴路電流」±
「相鄰迴路間各電阻之和」×「相鄰迴路電流」
＝「電動勢代數和」

- 相鄰迴路間的電阻稱為「共用電阻」，如圖4-2 中的R_2。
- ±值的決定：當流過共用電阻的相鄰迴路電流方向相同時，取正值。
- 當流過共用電阻的相鄰迴路電流方向相反時，取負值。
- 左迴路：$(R_1+R_2)\times I_a+R_2I_b=E_1$
- 右迴路：$R_2I_a+(R_2+R_3)\times I_b=E_2$

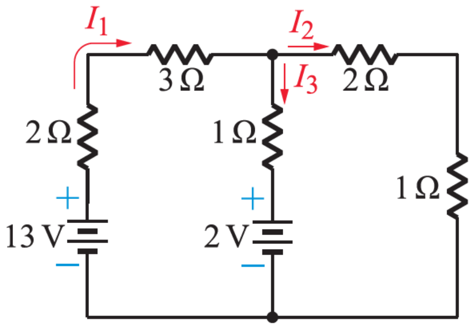
4-2 迴路電流法

- **4.**解聯立方程式，求出各迴路電流。

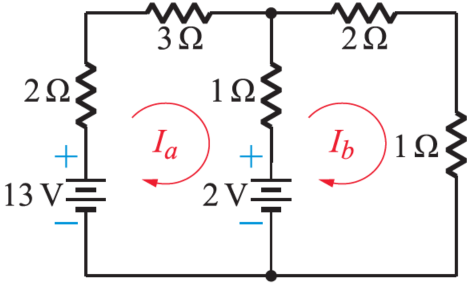
- 如果求得的電流值為負的時候，表示該電流的方向與步驟 **2** 假設方向相反。接著以一些實例驗證「迴路電流法」的使用方法。

4-2 迴路電流法

- 例題 **4-5**　迴路電流法用於兩電壓源電路
- 試以迴路電流法求圖(a) 中各電阻上之電流I_1、I_2、I_3。



(a)



(b)

4-2 迴路電流法

- 解

(1) 設定各迴路的電流方向如圖(b) 所示。

(2) 標示各迴路電流為I_a、I_b。

(3) 以KVL 寫出各迴路的電壓方程式。

左迴路：$(2+3+1)I_a-1I_b=13-2 \rightarrow 6I_a-1I_b=11$ ……①

右迴路：$-1I_a+(1+2+1)I_b=2 \rightarrow -1I_a+4I_b=2$……②

(4) 解聯立方程式，求出各迴路電流

②×6+① 得$23I_b=23$ ∴ $I_b=1$ A…… ③代入① 得$I_a=2$ A

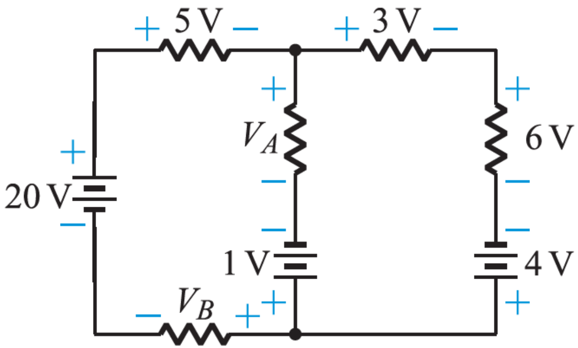
(5) 求各元件的電流

$I_1=I_a=2$ A；$I_2=I_b=1$ A；$I_3=I_a-I_b=2-1=1$ A

4-2 迴路電流法

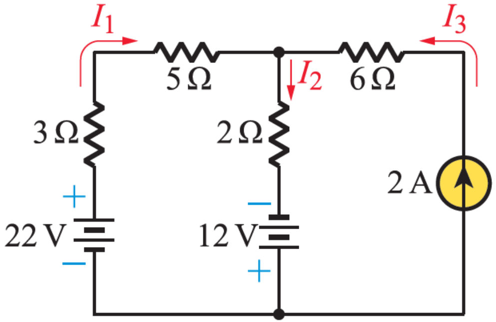
- 練習

- 6. 如右圖所示電路中，電壓V_A 和V_B 分別為幾伏特？
(A) 6、10　(B) 8、14　(C) 10、8　(D)12、6。

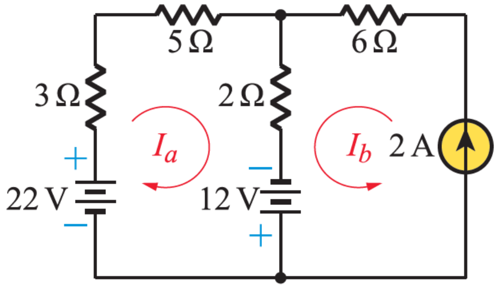


4-2 迴路電流法

- 例題 **4-6**　迴路電流法用於電壓源及電流源電路
- 試以迴路電流法求圖(a) 中各電阻上之電流I_1、I_2、I_3。



(a)



(b)

4-2 迴路電流法

- 解

(1) 設定各迴路的電流方向如圖(b) 所示。

(2) 標示各迴路電流為I_a、I_b。

(3) 以KVL 寫出各迴路的電壓方程式。

迴路*a*：$(3+5+2)I_a+2I_b=22+12$　　整理得：

$10I_a+2I_b=34$……①

迴路*b*：有一電流源，故直接$I_b=2$ A……②

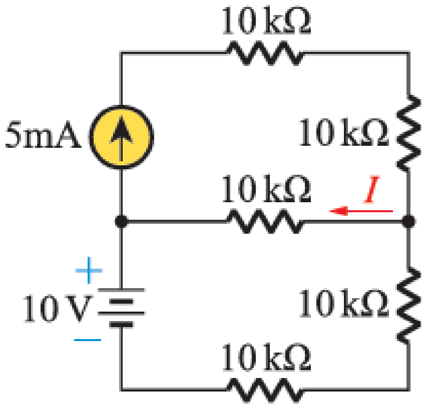
(4) 解聯立方程式，求出各迴路電流：②代入① 得$I_a=3$ A

(5) 求各元件的電流$I_1=I_a=3$ A；$I_2=I_a+I_b=3+2=5$ A；$I_3=I_b=2$ A。

4-2 迴路電流法

- 練習

- 7.如右圖所示電路，電流 I 為何？
  (A) 1 mA　(B) 3 mA　(C) 5 mA　(D) 6 mA。



4-3 重疊定理

- 重疊定律（superposition theorem）的定義、用途及解題步驟逐一說明如下：
- **1.**定義：在多電源線性電路中，任一支路元件的電壓或電流，等於個別電源單獨作用時所產生的電壓或電流之代數總和；換言之，重疊定理是：先個別計算，再合併匯整的電路運算技巧。
- **2.**用途：用於求解多電源的電路，可避免解繁雜的聯立方程式。
- **3.**解題步驟：

(1) 保留一個電源，移除其他電源，移除的處理原則如下：

①移除的是電壓源時，將其兩端短路（口訣：「電壓源短路」）。

②移除的是電流源時，將其兩端開路（口訣：「電流源開路」）。

4-3 重疊定理

(2) 以前述各種電路解法，求出待求元件的電壓或電流，
並標示電壓極性或電流方向。

(3) 更換為另一電源，重複步驟(1)、(2)。

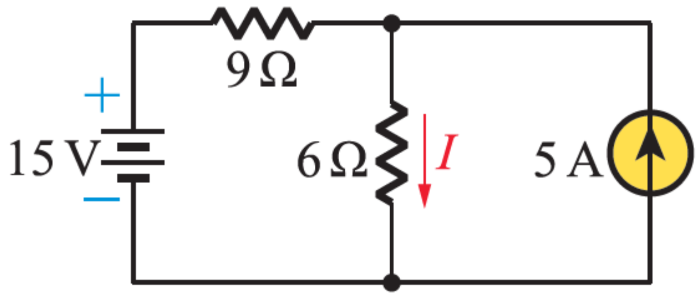
(4) 加總各電源單獨作用的值；依下列原則求其代數總和：
①電壓極性相同者相加、不同者相減。
②電流方向相同者相加、不同者相減。

- **4.**使用限制：重疊定理只能適用於線性關係的電壓及電流計算，並不適用於非線性關係的功率計算。

茲舉下列各例活用之。

4-3 重疊定理

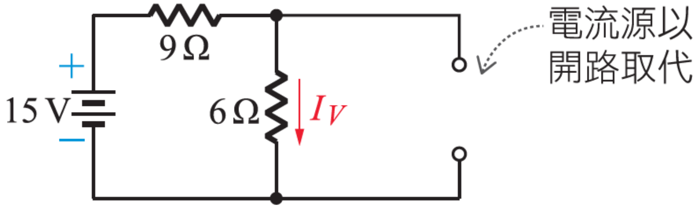
- 例題 **4-7**　重疊定理用於電壓源及電流源電路
- 如右圖所示，試求流過6 Ω 電阻的電流為何？



4-3 重疊定理

(1) 保留 15 V 電壓源，

將 5 A 電流源開路如下圖所示。

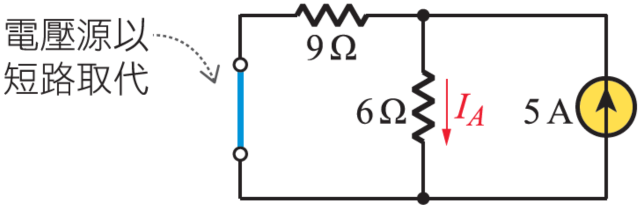


(2) 此時流過 6 Ω 電阻的電流

$$I_V=\frac{15}{9+6}=1\text{ A}$$（向下）

(3) 保留 5 A 電流源，

將 15 V 電壓源短路如下圖所示。



(4) 此時流過 6 Ω 電阻的電流

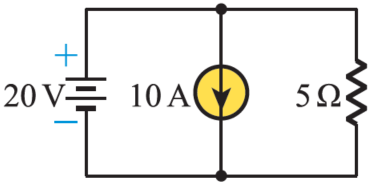
$$I_A=5\times\frac{9}{9+6}=3\text{ A}$$（向下）

(5) 求總和：由於此處電流方向均為向下，其代數總和直接相加即可。

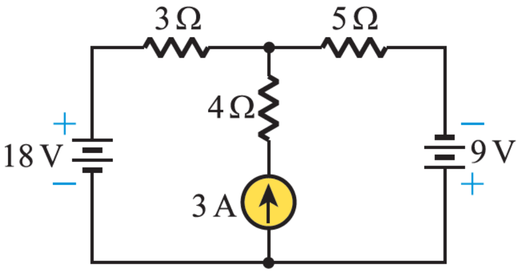
$I=I_V+I_A=1+3=4$ A（向下）。

4-3 重疊定理

- 練習
- 8. 如例題4-7 電路中，試求流過9 Ω 電阻的電流為何？
  (A) 1 A　(B) 2 A　(C) 3 A　(D) 4 A。
- 9. 如圖所示電路，則5 Ω 電阻的消耗功率為多少瓦特？
  (A) 10　(B) 20　(C) 40　(D) 80。

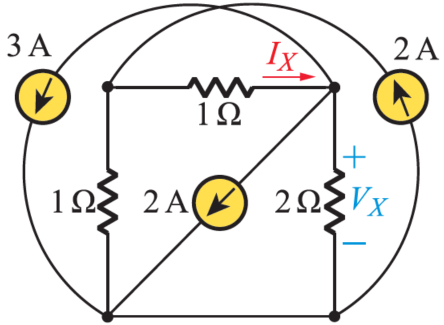


- 10. 右圖電路中，試求4 Ω 之電流大小？
  (A) -3 A　(B) 4 A　(C) 3 A (D) 1 A。

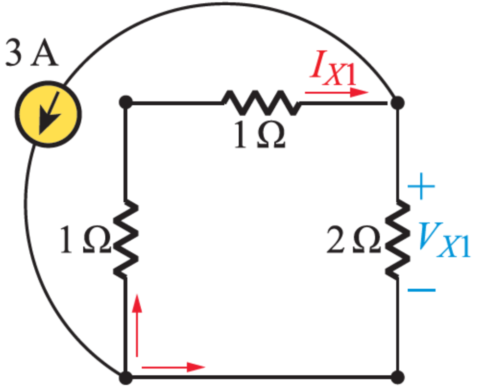


4-3 重疊定理

- 例題 **4-8**　重疊定理用於三電流源電路
- 如右圖所示，試求I_X及V_X之值為何？



- 解 (1) 保留 3 A 電流源，其餘兩者開路



此時 I_X、V_X

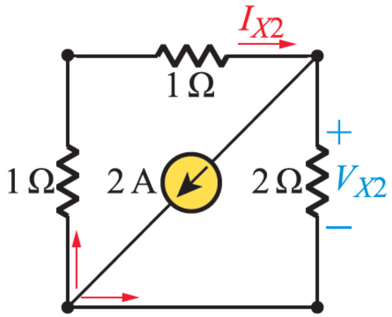
$$I_{X1}=3\times\frac{2}{(1+1)+2}=1.5\ \text{A}\ (\text{向右})$$

$$V_{X1}=(3-I_{X1})\times 2=3\ \text{V}_{\mp}=-3\ \text{V}$$

（註：$V_{\mp}$ 表示上面為負，下面為正。）

4-3 重疊定理

(2) 保留中間 2 A 電流源

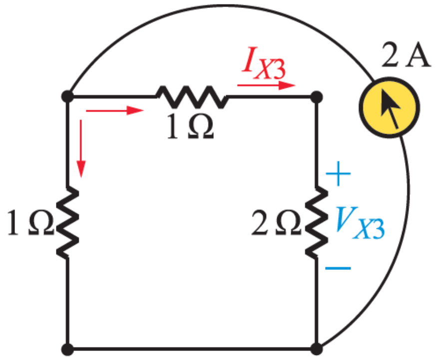


此時 I_X、V_X

$$I_{X2}=2\times\frac{2}{(1+1)+2}=1\ \mathrm{A}\ （向右）$$

$$V_{X2}=(2-I_{X2})\times 2=2\ \mathrm{V}^{-}_{+}=-2\ \mathrm{V}$$

(3) 保留右邊 2 A 電流源



此時 I_X、V_X

$$I_{X3}=2\times\frac{1}{(1+2)+1}=0.5\ \mathrm{A}\ （向右）$$

$$V_{X3}=I_{X3}\times 2=1\ \mathrm{V}^{+}_{-}=+1\ \mathrm{V}$$

4-3 重疊定理

(4) 求總和：$I_X = I_{X1} + I_{X2} + I_{X3} = 1.5 + 1 + 0.5 = 3\ \text{A}$（向右）

$V_X = V_{X1} + V_{X2} + V_{X3} = (-3) + (-2) + 1 = -4\ \text{V}$

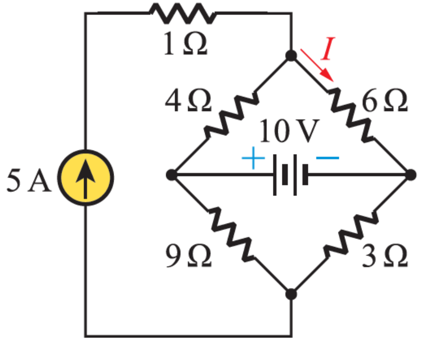
- 練習

- 11. 如例題4-8 電路中，試求左側1 Ω 兩端電壓為何？

  (A) -1 V (B) -1.5 V (C) 1 V (D) 1.5 V。

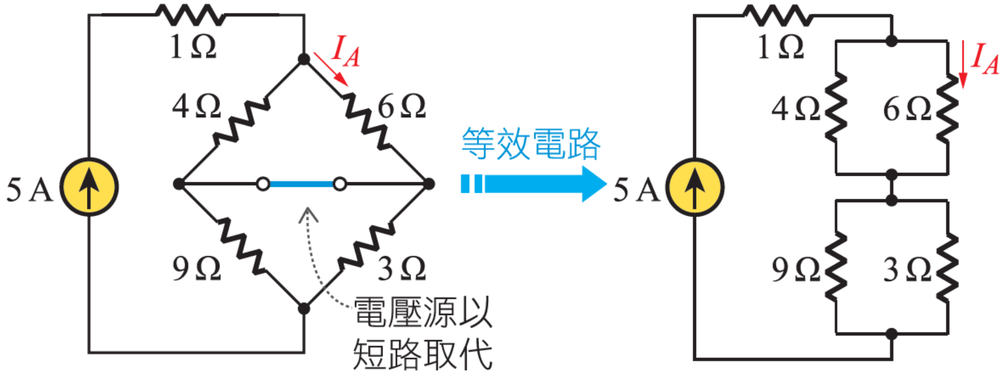
4-3 重疊定理

- 例題 **4-9**　重疊定理應用
- 如右圖所示，試求流過6 Ω 電阻的電流為何？



(1) 保留 5 A 電流源

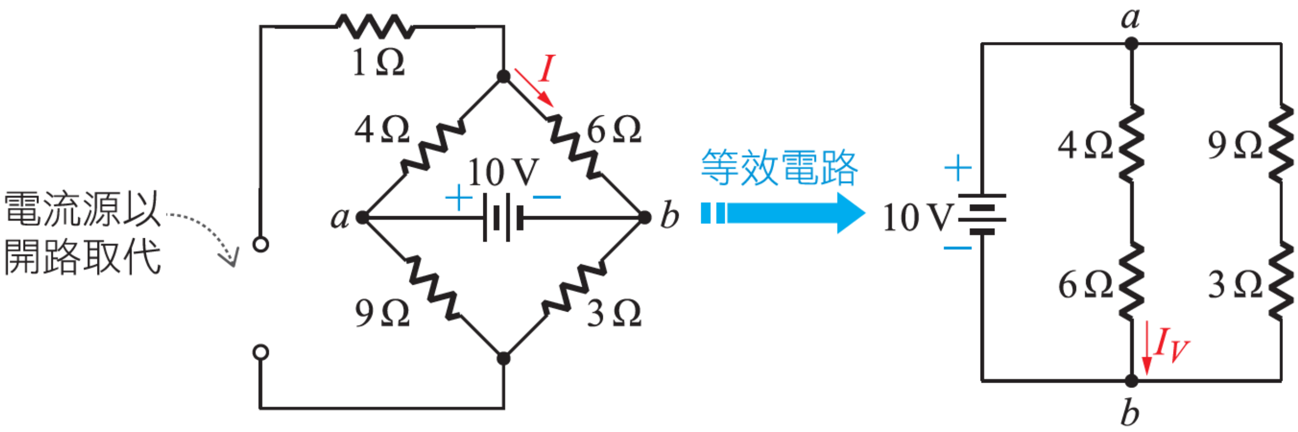
- 解



$$I_A = 5 \times \frac{4}{4+6} = 2\ \text{A}（向右下）$$

4-3 重疊定理

(2) 保留 10 V 電壓源



$$I_V=\frac{10}{4+6}=1\text{ A}（向右下）$$

(3) 求總和：$I=I_A+I_V=2+1=3$ A（向右下）

4-3 重疊定理

- 練習

- 12. 本例題中，試求流過1 Ω 電阻的電流為何？
(A) 1 A　(B) 3 A　(C) 5 A　(D) 7 A。

4-4 戴維寧定理

- 戴維寧定理（Thevenin's theorem）說明如下：
- 1.定義：在複雜的線性網路中，針對某一元件（如圖4-3 中的R_L）兩端點看進去的電路，都可以化簡為一電壓源與一電阻串聯的等效電路；其中電壓源E_{Th}稱為此一複雜線性網路的「戴維寧等效電壓」，電阻R_{Th}則稱為「戴維寧等效電阻」。
- 2.用途：戴維寧定理是電路解析常用的方法之一，可用來簡化電路，尤其在求取負載最大功率時，更是必用的一種方法。

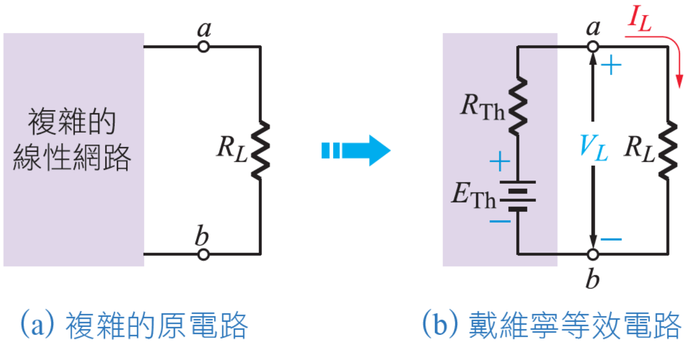


圖 4-3　戴維寧定理說明

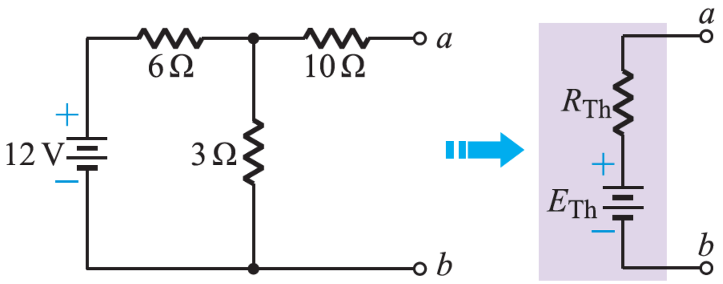
4-4 戴維寧定理

- 3.解題步驟：
  (1) 將待測電阻（如圖4-3 中的R_L）移開，形成開路並標示為a、b 兩端。
  (2) 求E_{Th}：也就是a、b 兩端開路時的電位差，即$E_{Th}=V_{ab}$；其求法可使用分壓定則、節點電壓法、重疊定理等方法求之。
  (3) 求R_{Th}：也就是a、b 兩端開路時看進去的等效電阻，即$R_{Th}=R_{ab}$；計算之前必須先將所有電壓源短路、電流源開路。
  (4) 將E_{Th}、R_{Th} 填入戴維寧等效電路，並將移去的待測電阻R_L 接回a、b 兩端，如圖4-3(b) 所示。
  (5) 以歐姆定律求其電壓或電流。

$$I_L=\frac{E_{Th}}{R_{Th}+R_L}\text{（安培，A）}\qquad V_L=I_L\times R_L\text{（伏特，V）}$$

4-4 戴維寧定理

- 例題 **4-10**　戴維寧電路基本運算
- 試求下圖(a) 電路中 a、b 兩端的戴維寧等效電路。



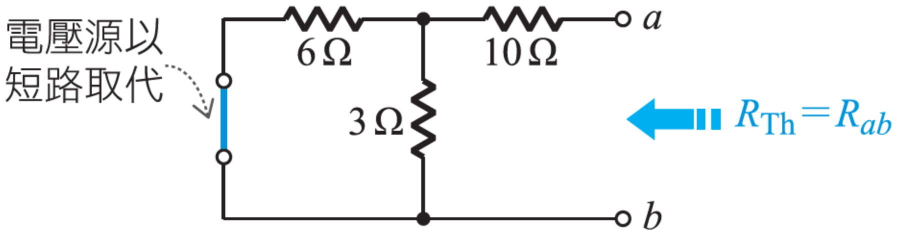
(a)　(b)

- 解

(1) 求 E_{Th}：即 V_{ab}，因為 a、b 兩端開路，10 Ω 電阻沒有電流流過，不產生壓降，因此 V_{ab} 實際上是求3 Ω 兩端電壓；依分壓定則得：$E_{Th}=V_{ab}=V_{3\,\Omega}=12\times\dfrac{3}{6+3}=4\text{ V}$

4-4 戴維寧定理

(2) 求R_{Th}：將電壓源短路後，a、b 兩端的等效電阻。



$$R_{Th}=(6//3)+10=2+10=12\ \Omega$$

(3) 將E_{Th}、R_{Th} 值填入圖(b)的戴維寧等效電路即可。

4-4 戴維寧定理

- 練習
- 13. 本例題中，當 a、b 兩端接一 8 Ω 負載，則負載電流為多少安培？
  (A) 0.2　(B) 0.4　(C) 0.8　(D) 1.5。
- 14. 圖(c) 電路中，試求 5 Ω 電阻的戴維寧等效電路中的 E_{Th} 和 R_{Th} 分別為何？
  (A) 5 V、2 Ω　(B) 10 V、3 Ω
  (C) 15 V、5 Ω　(D) 25 V、5 Ω。

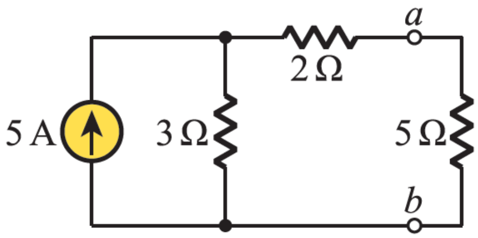


圖 (c)

4-4 戴維寧定理

- 15. 如圖所示，其中圖(e) 為圖(d) 之等效電路，則E_{Th} 及R_{Th} 分別為何？
(A) 120 V、12 Ω
(B) 90 V、12 Ω
(C) 20 V、2 Ω
(D) 10 V、2 Ω

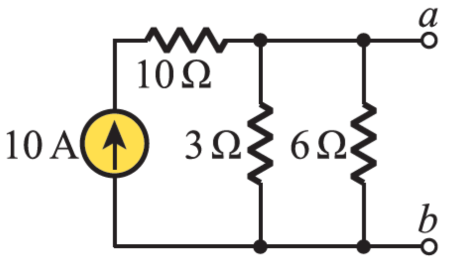


圖 (d)

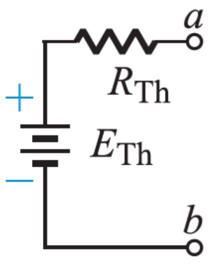
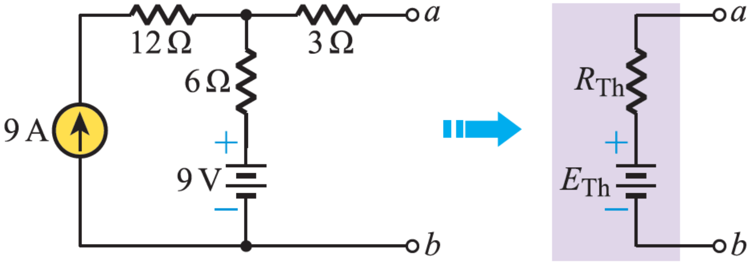


圖 (e)

4-4 戴維寧定理

- 例題 **4-11**　配合重疊定理的戴維寧電路(一)
- 試求下圖(a) 電路中*a*、*b* 兩端的戴維寧等效電路。

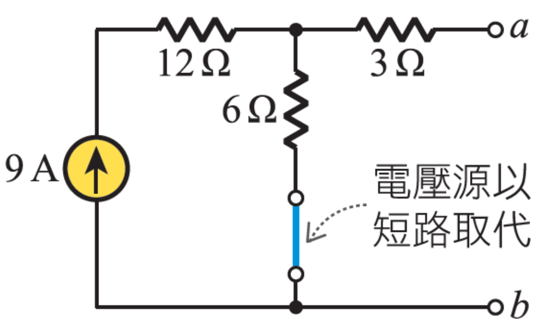


(a)　(b)

4-4 戴維寧定理

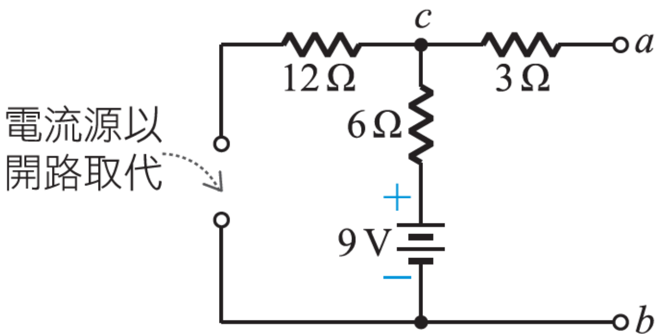
(1) 求 E_{Th}：以重疊定理求之。

①電壓源短路時



$$V_{ab1} = V_{6\ \Omega} = 9 \times 6 = 54\ \text{V}$$

②電流源開路時



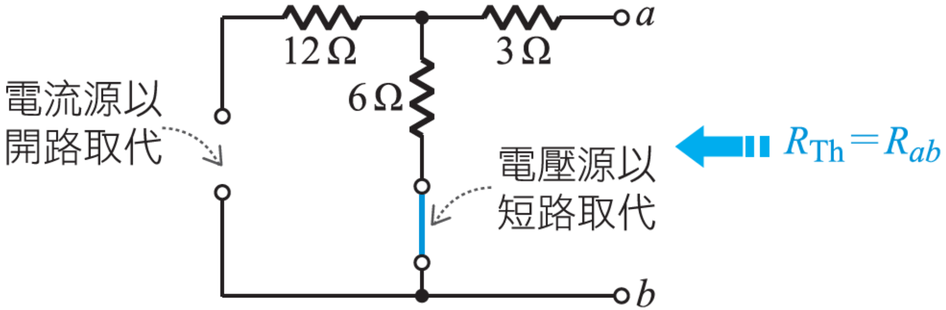
$$V_{ab2} = V_{cb} = 9\ \text{V}$$

重疊得 $E_{Th} = V_{ab1} + V_{ab2} = 54 + 9 = 63\ \text{V}$

4-4 戴維寧定理

(2) 求R_{Th}：將電壓源短路、電流源開路後，求a、b 兩端的等效電阻

$$R_{Th}=R_{ab}=3+6=9\ \Omega$$



(3) 將E_{Th}、R_{Th} 值填入圖(b) 的戴維寧等效電路即可。

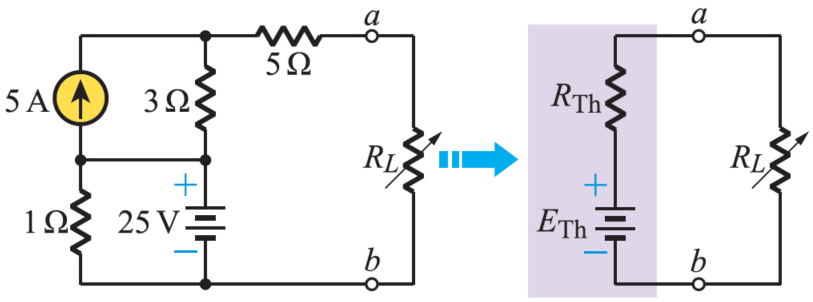
4-4 戴維寧定理

- 練習

- 16. 將本例題12 Ω 和3 Ω 兩電阻的位置互換，則求得的E_{Th} 和R_{Th} 分別為多少？
(A) 54 V、9 Ω　(B) 63 V、18 Ω
(C) 72 V、18 Ω　(D) 78 V、21 Ω。

4-4 戴維寧定理

- 例題 **4-12**　配合重疊定理的戴維寧電路(二)
- 試求下圖(a)電路中R_L 兩端的戴維寧等效電路。



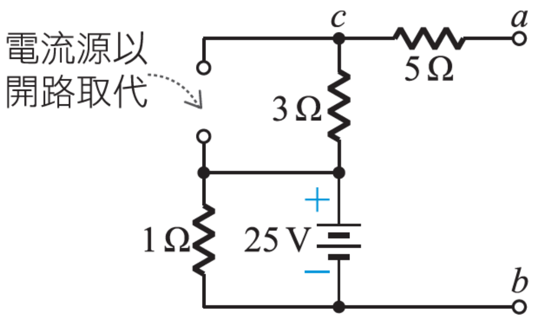
(a)　(b)

4-4 戴維寧定理

- 解

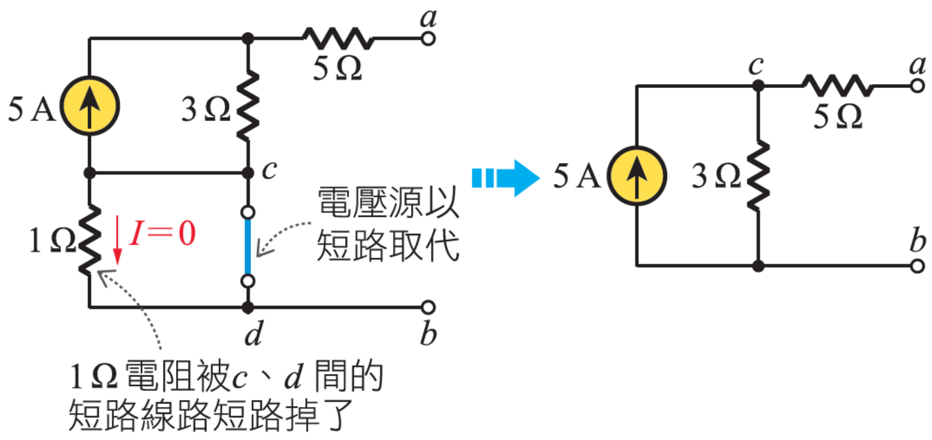
(1) 求 E_{Th}：以重疊定理求之。

①電流源開路時



$$V_{ab1}=V_{cb}=25\ \text{V}$$

②電壓源短路時

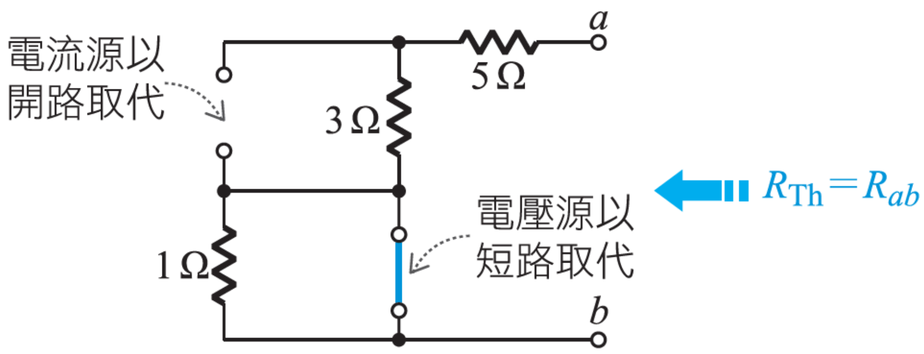


$$V_{ab2}=V_{cb}=5\times 3=15\ \text{V}$$

重疊得 $E_{Th}=V_{ab1}+V_{ab2}=25+15=40\ \text{V}$

4-4 戴維寧定理

(2) 求 R_{Th}：將電壓源短路、電流源開路如下圖所示。



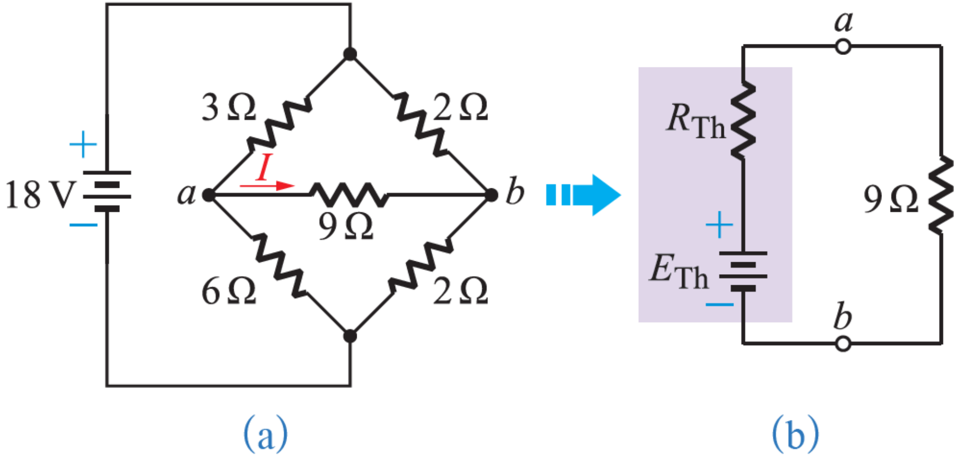
$$R_{\text{Th}} = R_{ab} = 5 + 3 = 8\ \Omega$$

4-4 戴維寧定理

- 練習
- 17. 將本例題兩電源的位置互換，則求得的E_{Th}和R_{Th}分別為多少？
  (A) 20 V、9 Ω　(B) 20 V、6 Ω　(C) 30 V、9 Ω
  (D) 30 V、6

4-4 戴維寧定理

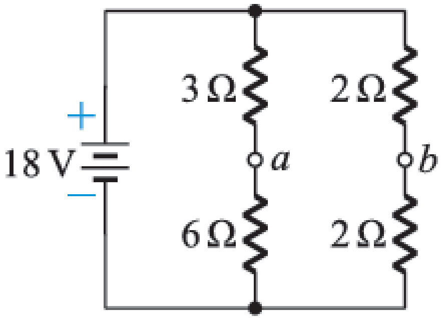
- 例題 **4-13**　戴維寧定理用於菱形電路
- 如下圖(a) 所示，試求：(1)9 Ω 兩端的戴維寧等效電路 (2) 流過9 Ω 的電流。



4-4 戴維寧定理

- 解

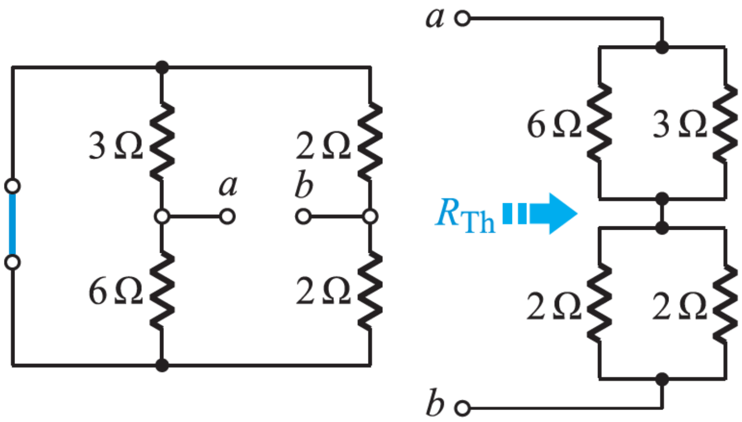
(1) 求 E_{Th}：將 9 Ω 電阻移開，重畫電路如下圖所示：



$$E_{Th}=V_{ab}=V_a-V_b=V_{6\,\Omega}-V_{2\,\Omega}$$
$$=(18\times\frac{6}{6+3})-(18\times\frac{2}{2+2})$$
$$=12-9=3\text{ V}$$

4-4 戴維寧定理

(2) 求 R_{Th}：將電壓源短路後，求 a、b 兩端的等效電阻。



$$R_{Th}=R_{ab}=(6//3)+(2//2)$$
$$=2+1=3\ \Omega$$

(3) 將 E_{Th}、R_{Th} 值填入戴維寧等效電路 $I=\dfrac{E_{Th}}{R_{Th}+R_L}=\dfrac{3}{3+9}=0.25$ A。

4-4 戴維寧定理

- 練習

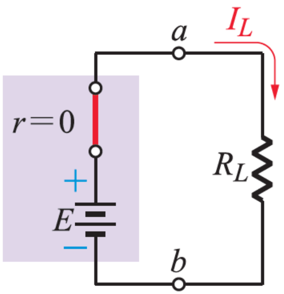
- 18. 將本例題中右下角的2 Ω 電阻值換成4 Ω，9 Ω 換成12 Ω，則求得12 Ω的E_{Th} 和I 分別為多少？

  (A) 24 V、3 A　(B) 18 V、2 A　(C) 3 V、3 A

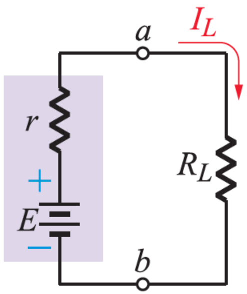
  (D) 0 V、0 A。

4-5 最大功率轉移定理

- **4-5.1** 最大功率轉移的意義
- 從3-5 節「電壓源及電流源」得知：電壓源有一串聯內電阻，電流源有一並聯內電阻，而且理想電壓源內阻為0，理想電流源內阻為∞（無限大）。以理想電壓源為例，當接上負載時，電壓源所供給的功率將全部轉移到負載上，如圖4-4(a) 所示，換言之，其傳輸效率為100%。



(a) 理想電壓源的功率傳輸



(b) 一般電壓源的功率傳輸

圖 4-4　電壓源電路

4-5 最大功率轉移定理

- 但是，一般電源都有內阻存在，如圖4-4(b) 所示，當接上負載時，電源所供給的功率，有一部分消耗在內阻，而無法全部轉移到負載上，因此其傳輸效率將會小於1；因為負載的變化，會影響線路電流，使負載功率跟著改變。因此，如何適當地改變負載電阻，以便獲得最大的功率轉移，這就是本節要加以探討的課題。

4-5 最大功率轉移定理

- **4-5.2** 最大功率轉移的條件與結果

- 以圖4-4(b) 為例，說明改變負載電阻R_L，對負載功率改變的情形，如下：

1 當 $R_L=0$ 時，線路電流 $I_L=\dfrac{E}{r+0}$ 值最大，負載功率 $P_L=I_L^2\times R_L=0$。

2 當 $R_L=\infty$時，線路電流 $I_L=\dfrac{E}{r+\infty}\doteqdot 0$，負載功率 $P_L=I_L^2\times R_L=0$。

註 $R_L=0$ 表示負載短路，$R_L=\infty$表示負載開路。

4-5 最大功率轉移定理

3 當 R_L 為任一值時，$I_L=\dfrac{E}{r+R_L}$，則

$$P_L=I_L^{\,2}\times R_L=\left(\frac{E}{r+R_L}\right)^2\times R_L=\left(\frac{E^2}{R^2+2rR_L+R_L^{\,2}}\right)\times R_L$$

$$=\frac{E^2}{\dfrac{r^2}{R_L}+2r+R_L}=\frac{E^2}{\dfrac{r^2}{R_L}-2r+R_L+4r}=\frac{E^2}{\left(\dfrac{r}{\sqrt{R_L}}-\sqrt{R_L}\right)^2+4r}$$

4-5 最大功率轉移定理

- 觀察上式，發現當 $\frac{r}{\sqrt{R_L}}-\sqrt{R_L}=0$ 時，P_L 為最大，換言之，當$R_L=r$
- （負載電阻= 內部電阻）時，R_L 可以獲得最大輸出功率P_{max}；此時最大輸出功率P_{max} 為：

公式 4-1

最大功率　$P_{max}=\frac{E^2}{4\times r}$（用於單一內阻電路）

4-5 最大功率轉移定理

- 將這種觀念應用在複雜的電路時，只要將該複雜電路先轉換成戴維寧等效電路，將其R_{Th}視為內阻r即可；換言之，複雜電路的負載輸出最大功率，發生在「負載電阻R_L」=「戴維寧等效電阻R_{Th}」時。

公式 4-2

最大功率 $P_{max} = \dfrac{{E_{Th}}^2}{4 \times R_{Th}}$（用於複雜電路）

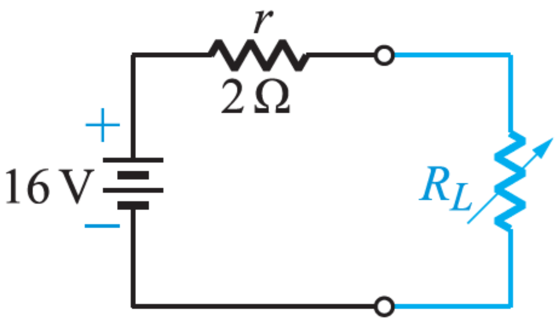
註 雖然本節「最大功率轉移定理」不是課綱規定章節，但是從公式（4-2）可得知，它可以視為戴維寧定理的延伸應用。

4-5 最大功率轉移定理

- 在負載獲得最大輸出功率的同時，其內阻也獲得相同的功率消耗，而這個功率是一種損失，亦即負載功率（P_o）= 內阻損失功率（P_ℓ）；因此，當負載獲得最大輸出功率時，其傳輸效率
- $\eta=\dfrac{P_o}{P_i}=\dfrac{P_o}{P_o+P_\ell}=0.5$，意即只有50%。

4-5 最大功率轉移定理

- 例題 **4-14**　最大功率基本運算
- 如右圖所示，試求：(1) R_L 等於多少時可得最大功率？(2) 最大功率為何？



- 解

(1) $R_L = r = 2\ \Omega$ 時，可得最大功率。

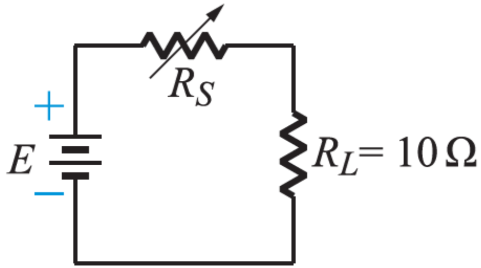
(2) 最大功率 $P_{max} = \dfrac{E^2}{4 \times r} = \dfrac{16^2}{4 \times 2} = 32\ \text{W}$

4-5 最大功率轉移定理

- 練習

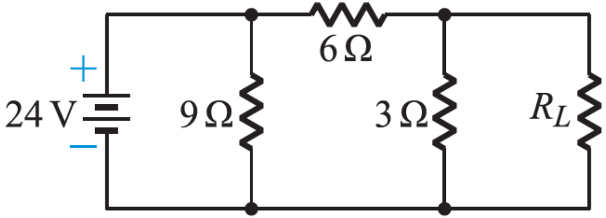
- 19. 如右圖所示，R_S 為多少 Ω 時，R_L 有最大功率產生？

  (A) 0　(B) 5　(C) 10　(D) 20。



4-5 最大功率轉移定理

- 例題 **4-15**　配合戴維寧定理的最大功率計算
- 如圖所示電路，試求：(1) 負載電阻R_L 為多少時可獲得最大功率？(2) 最大功率為何？



- 解

(1) 將R_L 移開，並標示為a、b 兩端，

求其戴維寧等效電路。

求R_{Th}：將電壓源短路後，

求a、b 兩端的等效電阻。

4-5 最大功率轉移定理

$R_{Th=}R_{ab}$=6//3=2 Ω

故負載電阻R_L 應為2 Ω 才能獲得最大功率。

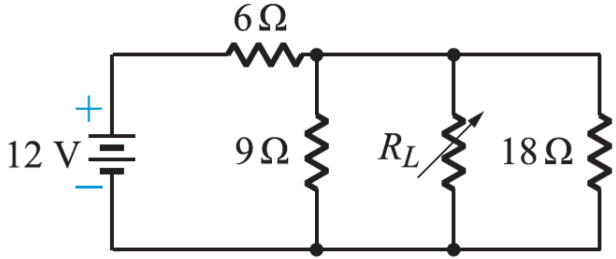
求E_{Th}：E_{Th} 為3 Ω 兩端的電壓，即 $E_{Th}=24\times\frac{3}{3+6}=8\ \mathrm{V}$

(2) 最大功率 $P_{max}=\frac{{E_{Th}}^2}{4R_{Th}}=\frac{8^2}{4\times 2}=8\ \mathrm{W}$

4-5 最大功率轉移定理

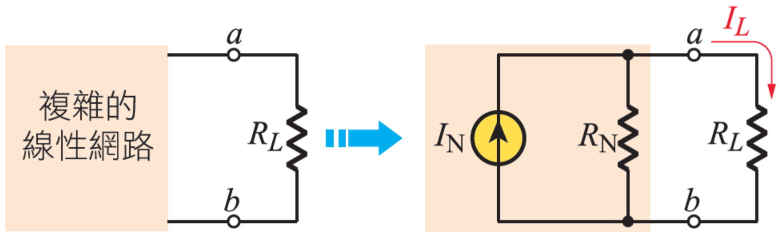
- 練習

- 20. 本例題中，將圖中的6 Ω 電阻換成多少時，R_L 可得最大功率？
  (A) 0 Ω（短路）　(B) 2 Ω　(C) 3 Ω　(D) 移除（開路）。
- 21. 如圖所示，R_L 可得之最大功率為何？
  (A) 12 W　(B) 9 W
  (C) 6 W　(D) 3 W。



4-6 諾頓定理

- 諾頓定理（Norton’s theorem）的說明如下：
- **1.**定義：在複雜的線性網路中，任意兩端點看進去的電路，均可以化簡為一電流源和一電阻並聯的等效電路，如圖4-5 所示。其中電流源I_N 又稱為諾頓等效電流，電阻R_N 又稱為諾頓等效電阻。
- **2.**用途：是電路解析常用的方法之一，可用來化簡電路。



(a) 複雜的原電路　(b) 諾頓等效電路

圖 4-5　諾頓定理說明

4-6 諾頓定理

- **3.**解題步驟：

  (1) 將待測電阻（如圖4-5(a) 的R_L）移開，形成「開路」並標示為*a*、*b* 兩端。

  (2) 求R_N：和戴維寧等效電阻R_{Th} 的求法相同；先將所有電壓源短路、電流源開路，求*a*、*b* 兩端開路時看進去的等效電阻；故$R_N=R_{Th}$。

  (3) 求I_N：首先必須將*a*、*b* 兩端「短路」，才能求*a* 端流向*b* 端的電流。其求法可使用分流定則、節點電壓法、重疊定理等方法求之。

4-6 諾頓定理

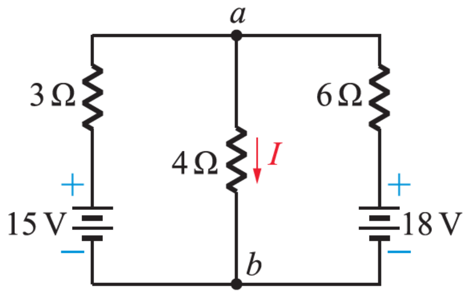
(4) 求I_L：將I_N、R_N填入諾頓等效電路，並將移去的待測電阻R_L接回a、b兩端，如圖4-5(b)所示，以分流定則求之，如下：

公式 4-3

$$I_L = I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_L} \quad \text{（安培，A）}$$

4-6 諾頓定理

- 例題 **4-16**　配合重疊定理的諾頓電路(一)
- 右圖電路中，試以諾頓定理求流經4 Ω 的電流。



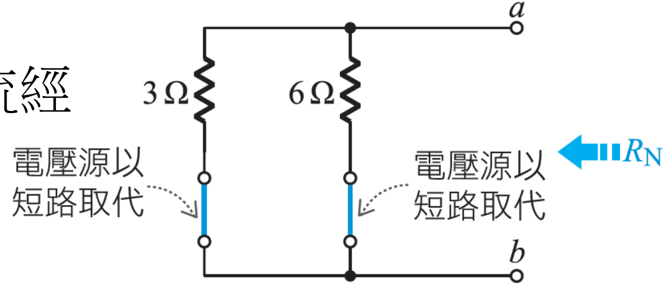
- 解

(1) 將待測電阻（4 Ω）移開，並標示為*a*、*b* 兩端。

(2) 求R_N：將所有電壓源短路如右圖所示。

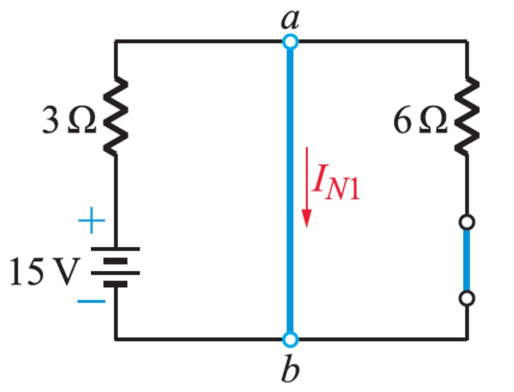
R_N=3//6=2 Ω

(3) 求I_N：將*a*、*b* 兩端短路，以重疊定理求流經短路處的電流。



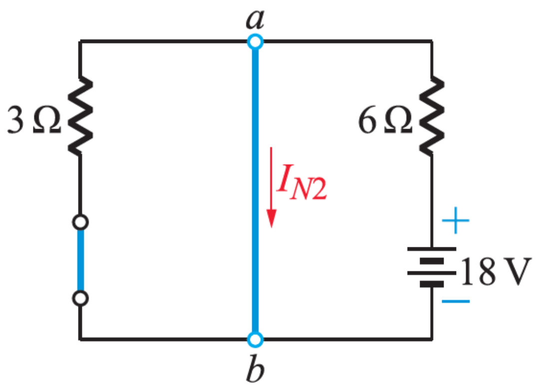
4-6 諾頓定理

① 18 V 電壓源短路時



$$I_{N1}=\frac{15}{3}=5\ \text{A}$$

② 15 V 電壓源短路時



$$I_{N2}=\frac{18}{6}=3\ \text{A}$$

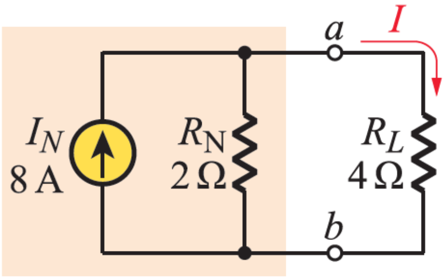
代數總和：$I_N=I_{N1}+I_{N2}=5+3=8\ \text{A}$

4-6 諾頓定理

(4) 畫出諾頓等效電路如右圖所示。

以分流定則求其電流：

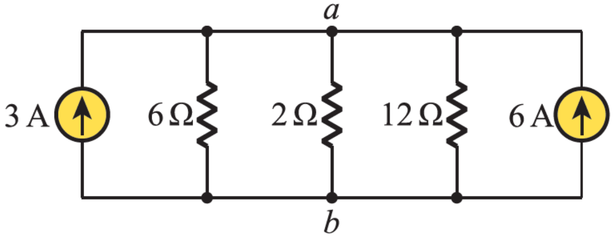
$$I=8\times\frac{2}{2+4}=2.67\ \mathrm{A}$$



- 練習
- 22. 若以戴維寧定理重作本例題，試問E_{Th}和R_{Th}分別為何？
  (A) 15 V、9 Ω　(B) 16 V、2 Ω　(C) 18 V、2 Ω
  (D) 22 V、9 Ω。

4-6 諾頓定理

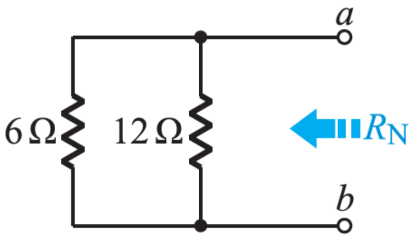
- 例題 **4-17**　配合重疊定理的諾頓電路(二)
- 如下圖電路中，試以諾頓定理求流經2 Ω 的電流。



- 解

(1) 將待測電阻（2Ω）移開，並標示為*a*、*b* 兩端。

(2) 求R_N：將所有電流源開路如右圖所示。

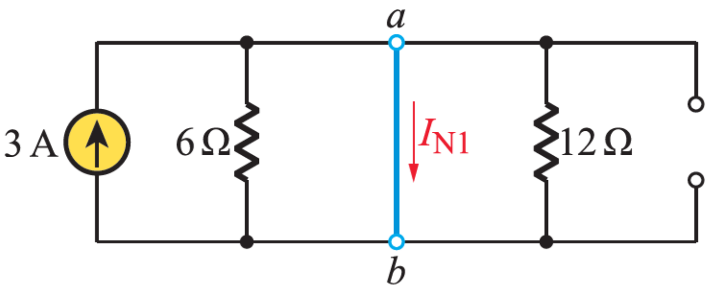


R_N=6//12=4 Ω

(3) 求I_N：將*a*、*b* 兩端短路，以重疊定理求流經短路處的電流。

4-6 諾頓定理

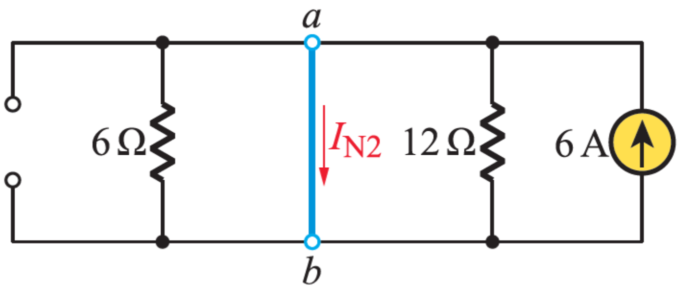
① 6 A 電流源開路時



$I_{N1} = 3\ \text{A}$

（電流全部流向短路處）

② 3 A 電流源開路時



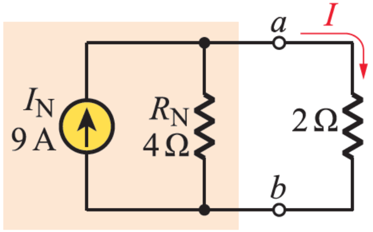
$I_{N2} = 6\ \text{A}$

代數總和：$I_N = I_{N1} + I_{N2} = 3 + 6 = 9\ \text{A}$

4-6 諾頓定理

(4) 畫出諾頓等效電路如右圖所示，以分流定則求其電流。

$$I=9\times\frac{4}{4+2}=6\ \mathrm{A}$$



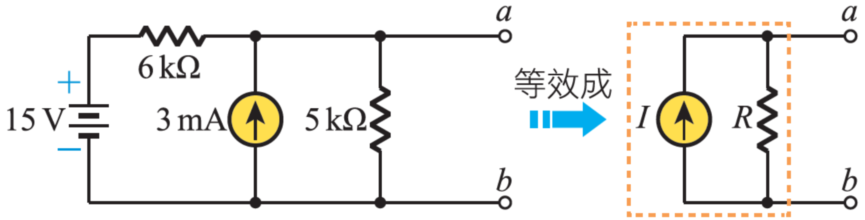
- 練習
- 23. 如圖，求*I* 為何？

(A) 5.5 mA

(B) 7.5 mA

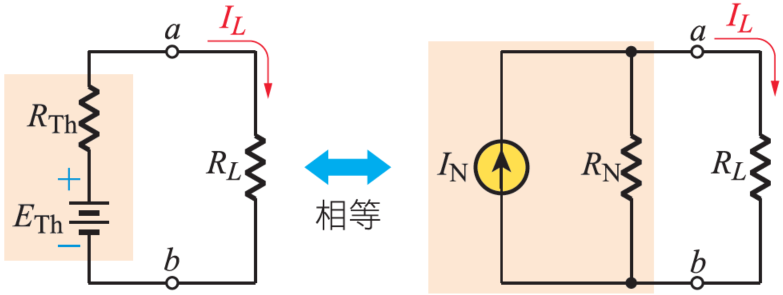
(C) 10 mA

(D) 12.5 mA。



4-7 戴維寧與諾頓之轉換

- 綜合前述各節得知：在複雜的線性網路中，任意兩端點看進去的電路，均可以化簡為電壓源模式的戴維寧等效電路，或電流源模式的諾頓等效電路，如圖4-6 所示。



(a) 戴維寧等效電路　(b) 諾頓等效電路

圖 4-6　戴維寧與諾頓的轉換

4-7 戴維寧與諾頓之轉換

- 圖4-6 兩者都是源自於同一原始電路，表示兩者互為等效電路，換言之，戴維寧電路和諾頓電路是可以互相轉換的，其轉換方法和「電壓源與電流源的轉換方法」一樣，都是以歐姆定律換算之，如下：
- **1.**戴維寧等效電路　轉換為　諾頓等效電路

公式 4-4

$$I_N = \frac{E_{Th}}{R_{Th}} \quad , \quad R_N = R_{Th}$$

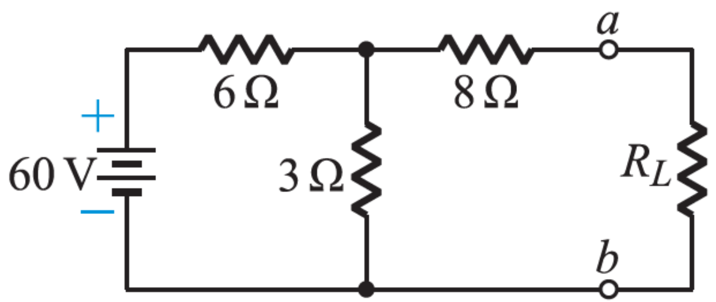
- **2.**諾頓等效電路　轉換為　戴維寧等效電路

公式 4-5

$$E_{Th} = I_N \times R_N \quad , \quad R_{Th} = R_N$$

4-7 戴維寧與諾頓之轉換

- 例題 **4-18**　戴維寧電路與諾頓電路轉換應用
- 如右圖所示，試求其R_L之戴維寧等效電路E_{Th}、R_{Th}，及諾頓等效電路I_N、R_N。



- 解

本題先求戴維寧等效電路，再轉換成諾頓等效電路即可。

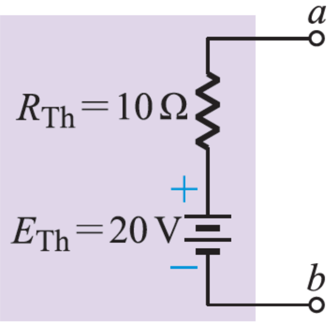
(1) 戴維寧等效電壓E_{Th}：

$$E_{Th}=V_{ab}=V_{3\,\Omega}=60\times\frac{3}{6+3}=20\text{ V}$$

4-7 戴維寧與諾頓之轉換

(2) 戴維寧等效電阻R_{Th}：將電壓源短路後，*a*、*b* 兩端的等效電阻。

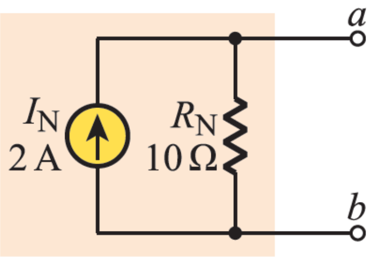
$$R_{Th}=(6//3)+8=2+8=10\ \Omega$$



(3) 諾頓等效電流

$$I_N=\frac{E_{Th}}{R_{Th}}=\frac{20}{10}=2\ A$$

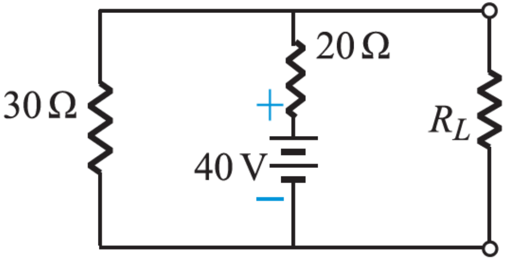
(4) 諾頓等效電阻R_N=R_{Th}=10 Ω



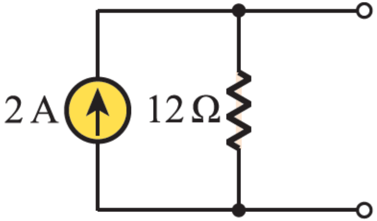
(5) 如右圖所示。

4-7 戴維寧與諾頓之轉換

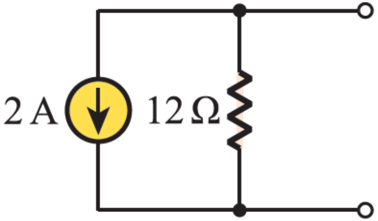
- 練習
- 24. 如右圖所示電路，其R_L兩端的等效戴維寧或諾頓電路，下列何者正確？



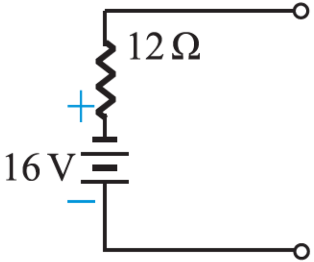
(A)



(B)



(C)



(D)